

**Klausurteil “Operations Management”**  
Sommersemester 2021

**Hinweise:**

- **Der Klausurteil besteht aus drei** Aufgaben, die **alle** von Ihnen zu bearbeiten sind.  
Die erreichbare Punktzahl ist bei jeder Aufgabe angegeben.
- **Der Lösungsweg muss erkennbar sein!** Wenn Sie zur Beantwortung einer Frage eine Formel verwenden, so geben Sie diese zunächst in allgemeiner Form an!
- Geben Sie bei Ihren Berechnungen **stets die Einheiten** der verwendeten Größen an!
- **Tabellenwerke** finden Sie im **Anhang des Klausurteils**.
- Tragen Sie bitte zuerst Ihre persönlichen Daten ein.
- Füllen Sie bitte anschließend die **Eigenständigkeitserklärung** auf der folgenden Seite aus.

**Persönliche Daten:**

| Nachname | Vorname | Matrikelnr. | Studienfach | Semester |
|----------|---------|-------------|-------------|----------|
|          |         |             |             |          |

---

**Bewertung der Klausur:**

|        |   |   |   |       |
|--------|---|---|---|-------|
| Aufg.  | 1 | 2 | 3 | Summe |
| Punkte |   |   |   |       |

## **Eigenständigkeitserklärung**

zur Bearbeitung des Klausurteils “Operationsmanagement” der Prüfung BWL V im SS  
2021

**Name:**

**Vorname:**

**Matrikelnummer:**

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und ohne die Hilfe Dritter angefertigt habe. Mir ist bekannt, dass die Inanspruchnahme der Unterstützung Dritter beim Verfassen der Arbeit als Täuschungsversuch gewertet werden kann.

**Datum, Ort und Unterschrift**

**1. Entscheidungsmodelle und Algorithmen**

**(10 P.)**

- a) Erläutern Sie die fünf verschiedenen Komponenten von Entscheidungsmodellen! (5 P.)

b) Wozu formuliert man mathematische Entscheidungsmodelle? (1 P.)

c) Worin besteht der Unterschied zwischen einem abstrakten Modell und einer konkreten Modellinstanz? (2 P.)

d) Kennzeichnen Sie die Beziehungen und Unterschiede zwischen den drei folgenden Begriffen:

- heuristisches Optimierungsverfahren
- Algorithmus
- exaktes Optimierungsverfahren

(2 P.)

## 2. Einmalige Bestellvorgänge - Zeitungsungenproblem (10 P.)

Betrachtet wird die Bestellung eines verderblichen Gutes. Der Kostensatz für Fehlmengen sei  $c_u = 4$  Geldeinheiten, der für Restmengen betrage  $c_o = 3$  Geldeinheiten. Angestrebt wird die Minimierung der Summe aus Kosten für Fehlmengen sowie für Restmengen. (Erforderliche Tabellenwerke finden Sie im Anhang.)

- a) Unterstellen Sie, die Nachfrage folge einer Normalverteilung. Der Erwartungswert der zufälligen Nachfrage  $D$  sei  $\mu_D = 100$  Mengeneinheiten (ME) und die Standardabweichung betrage  $\sigma_D = 10$  ME.
  - i. Welche Bestellmenge führt in diesem Fall zum Kostenminimum? (3 P.)

- ii. Wie groß sind bei einer Bestellmenge  $q$  von 130 Mengeneinheiten der sich einstellende  $\alpha$ -Servicegrad, der Erwartungswert der Fehlmenge  $E[F(q)]$  und der  $\beta$ -Servicegrad? (6 P.)

- b) Unterstellen Sie nun, die Standardabweichung der Nachfrage betrage  $\sigma_D = 0$  Mengeneinheiten. Der Erwartungswert der Nachfrage  $D$  sei weiterhin  $\mu_D = 100$  ME. Welche Bestellmenge führt in diesem Fall zum Kostenminimum? Wie groß ist dieses Kostenminimum? (1 P.)

### 3. Dynamische Losgrößenplanung, Modellierung

(10 P.)

| Symbol                        | Bedeutung                                                                                                     |
|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Indizes</b>                |                                                                                                               |
| $k = 1, \dots, K$             | Produkte                                                                                                      |
| $t = 1, \dots, T$             | Perioden                                                                                                      |
| <b>Parameter</b>              |                                                                                                               |
| $c_t$                         | Kapazität der Ressource in Periode $t$                                                                        |
| $d_{kt}$                      | Bedarf von Produkt $k$ in Periode $t$                                                                         |
| $hc_k$                        | Kosten der Lagerung einer Einheit von Produkt $k$ pro Periode                                                 |
| $sc_k$                        | Kosten eines Rüstvorgangs für Produkt $k$                                                                     |
| $tb_k$                        | Stückbearbeitungszeit für Produkt $k$                                                                         |
| $ts_k$                        | Rüstzeit für Produkt $k$                                                                                      |
| $Y_{k0}$                      | Lageranfangsbestand von Produkt $k$                                                                           |
| <b>Entscheidungsvariablen</b> |                                                                                                               |
| $Q_{kt} \geq 0$               | Produktionsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$                                                               |
| $Y_{kt} \geq 0$               | Lagerbestand von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$                                                          |
| $\gamma_{kt} \in \{0, 1\}$    | binäre Rüstvariable, hat den Wert 1, wenn in Periode $t$ das Produkt $k$ aufgelegt wird, ansonsten den Wert 0 |

Gegeben sei das folgende Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP) mit der Notation in der oben angegebenen Tabelle:

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot Y_{kt}) \quad (1)$$

u.B.d.R.

$$Y_{k,t-1} + Q_{kt} - Y_{kt} = d_{kt}, \quad \forall k, t \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K (ts_k \cdot \gamma_{kt} + tb_k \cdot Q_{kt}) \leq c_t, \quad \forall t \quad (3)$$

$$Q_{kt} \leq \frac{c_t}{tb_k} \cdot \gamma_{kt}, \quad \forall k, t \quad (4)$$

- a) Welcher betriebswirtschaftliche Zielkonflikt der Planung von Produktionslosgrößen wird durch dieses Modell abgebildet? (2 P.)

b) Was wird durch die Restriktion (2) zum Ausdruck gebracht? (2 P.)

c) Was wird durch die Restriktion (3) gefordert? (2 P.)

- d) Nehmen Sie nun an, dass jede gelagerte Einheit von Produkt  $k$  für die Lagerung eine Lagerfläche  $lf_k$  benötigt und dass die gesamte Lagerfläche  $F$  sei. Formulieren Sie ein System von Nebenbedingungen, welches dafür sorgt, dass die geplanten Lagerbestände in allen Perioden die zur Verfügung stehende Lagerfläche nicht überschreiten, und erläutern Sie dieses. (2 P.)

- e) Gehen Sie davon aus, dass es eine Menge  $\mathcal{K}^{\text{wichtig}}$  besonders wichtiger Produkte gibt. Für jedes Produkt aus dieser Menge besonders wichtiger Produkte soll ein Mindestlagerbestand  $Y_k^{\min}$  eingehalten werden. Formulieren Sie ein System von Nebenbedingungen, welches diese Anforderung an die Lösung zum Ausdruck bringt, und erläutern Sie dieses. (2 P.)

# Anhang

## 1 Tabellenwerte der Standardnormalverteilung

Es sei  $X$  eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, es sei also ihr Erwartungswert  $\mu = 0$  und ihre Standardabweichung  $\sigma = 1$ . Die folgende Tabelle enthält für  $-3 \leq x \leq 3$  die korrespondierenden Werte der Verteilungsfunktion  $F_X(x)$ .

| x     | $F_X(x)$ |       |          |       |          |       |          |
|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| -3,00 | 0,001350 | -2,23 | 0,012874 | -1,46 | 0,072145 | -0,69 | 0,245097 |
| -2,99 | 0,001395 | -2,22 | 0,013209 | -1,45 | 0,073529 | -0,68 | 0,248252 |
| -2,98 | 0,001441 | -2,21 | 0,013553 | -1,44 | 0,074934 | -0,67 | 0,251429 |
| -2,97 | 0,001489 | -2,20 | 0,013903 | -1,43 | 0,076359 | -0,66 | 0,254627 |
| -2,96 | 0,001538 | -2,19 | 0,014262 | -1,42 | 0,077804 | -0,65 | 0,257846 |
| -2,95 | 0,001589 | -2,18 | 0,014629 | -1,41 | 0,079270 | -0,64 | 0,261086 |
| -2,94 | 0,001641 | -2,17 | 0,015003 | -1,40 | 0,080757 | -0,63 | 0,264347 |
| -2,93 | 0,001695 | -2,16 | 0,015386 | -1,39 | 0,082264 | -0,62 | 0,267629 |
| -2,92 | 0,001750 | -2,15 | 0,015778 | -1,38 | 0,083793 | -0,61 | 0,270931 |
| -2,91 | 0,001807 | -2,14 | 0,016177 | -1,37 | 0,085343 | -0,60 | 0,274253 |
| -2,90 | 0,001866 | -2,13 | 0,016586 | -1,36 | 0,086915 | -0,59 | 0,277595 |
| -2,89 | 0,001926 | -2,12 | 0,017003 | -1,35 | 0,088508 | -0,58 | 0,280957 |
| -2,88 | 0,001988 | -2,11 | 0,017429 | -1,34 | 0,090123 | -0,57 | 0,284339 |
| -2,87 | 0,002052 | -2,10 | 0,017864 | -1,33 | 0,091759 | -0,56 | 0,287740 |
| -2,86 | 0,002118 | -2,09 | 0,018309 | -1,32 | 0,093418 | -0,55 | 0,291160 |
| -2,85 | 0,002186 | -2,08 | 0,018763 | -1,31 | 0,095098 | -0,54 | 0,294599 |
| -2,84 | 0,002256 | -2,07 | 0,019226 | -1,30 | 0,096800 | -0,53 | 0,298056 |
| -2,83 | 0,002327 | -2,06 | 0,019699 | -1,29 | 0,098525 | -0,52 | 0,301532 |
| -2,82 | 0,002401 | -2,05 | 0,020182 | -1,28 | 0,100273 | -0,51 | 0,305026 |
| -2,81 | 0,002477 | -2,04 | 0,020675 | -1,27 | 0,102042 | -0,50 | 0,308538 |
| -2,80 | 0,002555 | -2,03 | 0,021178 | -1,26 | 0,103835 | -0,49 | 0,312067 |
| -2,79 | 0,002635 | -2,02 | 0,021692 | -1,25 | 0,105650 | -0,48 | 0,315614 |
| -2,78 | 0,002718 | -2,01 | 0,022216 | -1,24 | 0,107488 | -0,47 | 0,319178 |
| -2,77 | 0,002803 | -2,00 | 0,022750 | -1,23 | 0,109349 | -0,46 | 0,322758 |
| -2,76 | 0,002890 | -1,99 | 0,023295 | -1,22 | 0,111232 | -0,45 | 0,326355 |
| -2,75 | 0,002980 | -1,98 | 0,023852 | -1,21 | 0,113139 | -0,44 | 0,329969 |
| -2,74 | 0,003072 | -1,97 | 0,024419 | -1,20 | 0,115070 | -0,43 | 0,333598 |
| -2,73 | 0,003167 | -1,96 | 0,024998 | -1,19 | 0,117023 | -0,42 | 0,337243 |
| -2,72 | 0,003264 | -1,95 | 0,025588 | -1,18 | 0,119000 | -0,41 | 0,340903 |
| -2,71 | 0,003364 | -1,94 | 0,026190 | -1,17 | 0,121000 | -0,40 | 0,344578 |
| -2,70 | 0,003467 | -1,93 | 0,026803 | -1,16 | 0,123024 | -0,39 | 0,348268 |
| -2,69 | 0,003573 | -1,92 | 0,027429 | -1,15 | 0,125072 | -0,38 | 0,351973 |
| -2,68 | 0,003681 | -1,91 | 0,028067 | -1,14 | 0,127143 | -0,37 | 0,355691 |
| -2,67 | 0,003793 | -1,90 | 0,028717 | -1,13 | 0,129238 | -0,36 | 0,359424 |
| -2,66 | 0,003907 | -1,89 | 0,029379 | -1,12 | 0,131357 | -0,35 | 0,363169 |
| -2,65 | 0,004025 | -1,88 | 0,030054 | -1,11 | 0,133500 | -0,34 | 0,366928 |
| -2,64 | 0,004145 | -1,87 | 0,030742 | -1,10 | 0,135666 | -0,33 | 0,370700 |
| -2,63 | 0,004269 | -1,86 | 0,031443 | -1,09 | 0,137857 | -0,32 | 0,374484 |
| -2,62 | 0,004396 | -1,85 | 0,032157 | -1,08 | 0,140071 | -0,31 | 0,378280 |
| -2,61 | 0,004527 | -1,84 | 0,032884 | -1,07 | 0,142310 | -0,30 | 0,382089 |
| -2,60 | 0,004661 | -1,83 | 0,033625 | -1,06 | 0,144572 | -0,29 | 0,385908 |
| -2,59 | 0,004799 | -1,82 | 0,034380 | -1,05 | 0,146859 | -0,28 | 0,389739 |
| -2,58 | 0,004940 | -1,81 | 0,035148 | -1,04 | 0,149170 | -0,27 | 0,393580 |
| -2,57 | 0,005085 | -1,80 | 0,035930 | -1,03 | 0,151505 | -0,26 | 0,397432 |
| -2,56 | 0,005234 | -1,79 | 0,036727 | -1,02 | 0,153864 | -0,25 | 0,401294 |
| -2,55 | 0,005386 | -1,78 | 0,037538 | -1,01 | 0,156248 | -0,24 | 0,405165 |
| -2,54 | 0,005543 | -1,77 | 0,038364 | -1,00 | 0,158655 | -0,23 | 0,409046 |
| -2,53 | 0,005703 | -1,76 | 0,039204 | -0,99 | 0,161087 | -0,22 | 0,412936 |
| -2,52 | 0,005868 | -1,75 | 0,040059 | -0,98 | 0,163543 | -0,21 | 0,416834 |
| -2,51 | 0,006037 | -1,74 | 0,040930 | -0,97 | 0,166023 | -0,20 | 0,420740 |
| -2,50 | 0,006210 | -1,73 | 0,041815 | -0,96 | 0,168528 | -0,19 | 0,424655 |
| -2,49 | 0,006387 | -1,72 | 0,042716 | -0,95 | 0,171056 | -0,18 | 0,428576 |
| -2,48 | 0,006569 | -1,71 | 0,043633 | -0,94 | 0,173609 | -0,17 | 0,432505 |
| -2,47 | 0,006756 | -1,70 | 0,044565 | -0,93 | 0,176186 | -0,16 | 0,436441 |
| -2,46 | 0,006947 | -1,69 | 0,045514 | -0,92 | 0,178786 | -0,15 | 0,440382 |
| -2,45 | 0,007143 | -1,68 | 0,046479 | -0,91 | 0,181411 | -0,14 | 0,444330 |
| -2,44 | 0,007344 | -1,67 | 0,047460 | -0,90 | 0,184060 | -0,13 | 0,448283 |
| -2,43 | 0,007549 | -1,66 | 0,048457 | -0,89 | 0,186733 | -0,12 | 0,452242 |
| -2,42 | 0,007760 | -1,65 | 0,049471 | -0,88 | 0,189430 | -0,11 | 0,456205 |
| -2,41 | 0,007976 | -1,64 | 0,050503 | -0,87 | 0,192150 | -0,10 | 0,460172 |
| -2,40 | 0,008198 | -1,63 | 0,051551 | -0,86 | 0,194895 | -0,09 | 0,464144 |
| -2,39 | 0,008424 | -1,62 | 0,052616 | -0,85 | 0,197663 | -0,08 | 0,468119 |
| -2,38 | 0,008656 | -1,61 | 0,053699 | -0,84 | 0,200454 | -0,07 | 0,472097 |
| -2,37 | 0,008894 | -1,60 | 0,054799 | -0,83 | 0,203269 | -0,06 | 0,476078 |
| -2,36 | 0,009137 | -1,59 | 0,055917 | -0,82 | 0,206108 | -0,05 | 0,480061 |
| -2,35 | 0,009387 | -1,58 | 0,057053 | -0,81 | 0,208970 | -0,04 | 0,484047 |
| -2,34 | 0,009642 | -1,57 | 0,058208 | -0,80 | 0,211855 | -0,03 | 0,488034 |
| -2,33 | 0,009903 | -1,56 | 0,059380 | -0,79 | 0,214764 | -0,02 | 0,492022 |
| -2,32 | 0,010170 | -1,55 | 0,060571 | -0,78 | 0,217695 | -0,01 | 0,496011 |
| -2,31 | 0,010444 | -1,54 | 0,061780 | -0,77 | 0,220650 | 0,00  | 0,500000 |
| -2,30 | 0,010724 | -1,53 | 0,063008 | -0,76 | 0,223627 | 0,01  | 0,503989 |
| -2,29 | 0,011011 | -1,52 | 0,064255 | -0,75 | 0,226627 | 0,02  | 0,507978 |
| -2,28 | 0,011304 | -1,51 | 0,065522 | -0,74 | 0,229650 | 0,03  | 0,511966 |
| -2,27 | 0,011604 | -1,50 | 0,066807 | -0,73 | 0,232695 | 0,04  | 0,515953 |
| -2,26 | 0,011911 | -1,49 | 0,068112 | -0,72 | 0,235762 | 0,05  | 0,519939 |
| -2,25 | 0,012224 | -1,48 | 0,069437 | -0,71 | 0,238852 | 0,06  | 0,523922 |
| -2,24 | 0,012545 | -1,47 | 0,070781 | -0,70 | 0,241964 | 0,07  | 0,527903 |
|       |          |       |          |       |          | 0,08  | 0,531881 |
|       |          |       |          |       |          | 0,09  | 0,535856 |
|       |          |       |          |       |          | 0,10  | 0,539828 |
|       |          |       |          |       |          | 0,11  | 0,543795 |
|       |          |       |          |       |          | 0,12  | 0,547758 |
|       |          |       |          |       |          | 0,13  | 0,551717 |
|       |          |       |          |       |          | 0,14  | 0,555670 |
|       |          |       |          |       |          | 0,15  | 0,559618 |
|       |          |       |          |       |          | 0,16  | 0,563559 |
|       |          |       |          |       |          | 0,17  | 0,567495 |
|       |          |       |          |       |          | 0,18  | 0,571424 |
|       |          |       |          |       |          | 0,19  | 0,575345 |
|       |          |       |          |       |          | 0,20  | 0,579260 |
|       |          |       |          |       |          | 0,21  | 0,583166 |
|       |          |       |          |       |          | 0,22  | 0,587064 |
|       |          |       |          |       |          | 0,23  | 0,590954 |
|       |          |       |          |       |          | 0,24  | 0,594835 |
|       |          |       |          |       |          | 0,25  | 0,598706 |
|       |          |       |          |       |          | 0,26  | 0,602568 |
|       |          |       |          |       |          | 0,27  | 0,606420 |
|       |          |       |          |       |          | 0,28  | 0,610261 |
|       |          |       |          |       |          | 0,29  | 0,614092 |
|       |          |       |          |       |          | 0,30  | 0,617911 |
|       |          |       |          |       |          | 0,31  | 0,621720 |
|       |          |       |          |       |          | 0,32  | 0,625516 |
|       |          |       |          |       |          | 0,33  | 0,629300 |
|       |          |       |          |       |          | 0,34  | 0,633072 |
|       |          |       |          |       |          | 0,35  | 0,636831 |
|       |          |       |          |       |          | 0,36  | 0,640576 |
|       |          |       |          |       |          | 0,37  | 0,644309 |
|       |          |       |          |       |          | 0,38  | 0,648027 |
|       |          |       |          |       |          | 0,39  | 0,651732 |
|       |          |       |          |       |          | 0,40  | 0,655422 |
|       |          |       |          |       |          | 0,41  | 0,659097 |
|       |          |       |          |       |          | 0,42  | 0,662757 |
|       |          |       |          |       |          | 0,43  | 0,666402 |
|       |          |       |          |       |          | 0,44  | 0,670031 |
|       |          |       |          |       |          | 0,45  | 0,673645 |
|       |          |       |          |       |          | 0,46  | 0,677242 |
|       |          |       |          |       |          | 0,47  | 0,680822 |
|       |          |       |          |       |          | 0,48  | 0,684386 |
|       |          |       |          |       |          | 0,49  | 0,687933 |
|       |          |       |          |       |          | 0,50  | 0,691462 |
|       |          |       |          |       |          | 0,51  | 0,694974 |
|       |          |       |          |       |          | 0,52  | 0,698468 |
|       |          |       |          |       |          | 0,53  | 0,701944 |
|       |          |       |          |       |          | 0,54  | 0,705401 |
|       |          |       |          |       |          | 0,55  | 0,708840 |
|       |          |       |          |       |          | 0,56  | 0,712260 |
|       |          |       |          |       |          | 0,57  | 0,715661 |
|       |          |       |          |       |          | 0,58  | 0,719043 |
|       |          |       |          |       |          | 0,59  | 0,722405 |
|       |          |       |          |       |          | 0,60  | 0,725747 |
|       |          |       |          |       |          | 0,61  | 0,729069 |
|       |          |       |          |       |          | 0,62  | 0,732371 |
|       |          |       |          |       |          | 0,63  | 0,735653 |
|       |          |       |          |       |          | 0,64  | 0,738914 |
|       |          |       |          |       |          | 0,65  | 0,742154 |
|       |          |       |          |       |          | 0,66  | 0,745373 |
|       |          |       |          |       |          | 0,67  | 0,748571 |
|       |          |       |          |       |          | 0,68  | 0,751748 |
|       |          |       |          |       |          | 0,69  | 0,754903 |
|       |          |       |          |       |          | 0,70  | 0,758036 |
|       |          |       |          |       |          | 0,71  | 0,761148 |
|       |          |       |          |       |          | 0,72  | 0,764238 |
|       |          |       |          |       |          | 0,73  | 0,767305 |
|       |          |       |          |       |          | 0,74  | 0,770350 |
|       |          |       |          |       |          | 0,75  | 0,773373 |
|       |          |       |          |       |          | 0,76  | 0,776373 |
|       |          |       |          |       |          | 0,77  | 0,779350 |
|       |          |       |          |       |          | 0,78  | 0,782305 |
|       |          |       |          |       |          | 0,79  | 0,785236 |
|       |          |       |          |       |          | 0,80  | 0,788145 |
|       |          |       |          |       |          | 0,81  | 0,791030 |
|       |          |       |          |       |          | 0,82  | 0,793892 |
|       |          |       |          |       |          | 0,83  | 0,796731 |
|       |          |       |          |       |          | 0,84  | 0,799546 |

|      |          |      |          |      |          |      |          |      |          |
|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|
|      |          | 1,27 | 0,897958 | 1,71 | 0,956367 | 2,15 | 0,984222 | 2,59 | 0,995201 |
|      |          | 1,28 | 0,899727 | 1,72 | 0,957284 | 2,16 | 0,984614 | 2,60 | 0,995339 |
| 0,85 | 0,802337 | 1,29 | 0,901475 | 1,73 | 0,958185 | 2,17 | 0,984997 | 2,61 | 0,995473 |
| 0,86 | 0,805105 | 1,30 | 0,903200 | 1,74 | 0,959070 | 2,18 | 0,985371 | 2,62 | 0,995604 |
| 0,87 | 0,807850 | 1,31 | 0,904902 | 1,75 | 0,959941 | 2,19 | 0,985738 | 2,63 | 0,995731 |
| 0,88 | 0,810570 | 1,32 | 0,906582 | 1,76 | 0,960796 | 2,20 | 0,986097 | 2,64 | 0,995855 |
| 0,89 | 0,813267 | 1,33 | 0,908241 | 1,77 | 0,961636 | 2,21 | 0,986447 | 2,65 | 0,995975 |
| 0,90 | 0,815940 | 1,34 | 0,909877 | 1,78 | 0,962462 | 2,22 | 0,986791 | 2,66 | 0,996093 |
| 0,91 | 0,818589 | 1,35 | 0,911492 | 1,79 | 0,963273 | 2,23 | 0,987126 | 2,67 | 0,996207 |
| 0,92 | 0,821214 | 1,36 | 0,913085 | 1,80 | 0,964070 | 2,24 | 0,987455 | 2,68 | 0,996319 |
| 0,93 | 0,823814 | 1,37 | 0,914657 | 1,81 | 0,964852 | 2,25 | 0,987776 | 2,69 | 0,996427 |
| 0,94 | 0,826391 | 1,38 | 0,916207 | 1,82 | 0,965620 | 2,26 | 0,988089 | 2,70 | 0,996533 |
| 0,95 | 0,828944 | 1,39 | 0,917736 | 1,83 | 0,966375 | 2,27 | 0,988396 | 2,71 | 0,996636 |
| 0,96 | 0,831472 | 1,40 | 0,919243 | 1,84 | 0,967116 | 2,28 | 0,988696 | 2,72 | 0,996736 |
| 0,97 | 0,833977 | 1,41 | 0,920730 | 1,85 | 0,967843 | 2,29 | 0,988989 | 2,73 | 0,996833 |
| 0,98 | 0,836457 | 1,42 | 0,922196 | 1,86 | 0,968557 | 2,30 | 0,989276 | 2,74 | 0,996928 |
| 0,99 | 0,838913 | 1,43 | 0,923641 | 1,87 | 0,969258 | 2,31 | 0,989556 | 2,75 | 0,997020 |
| 1,00 | 0,841345 | 1,44 | 0,925066 | 1,88 | 0,969946 | 2,32 | 0,989830 | 2,76 | 0,997110 |
| 1,01 | 0,843752 | 1,45 | 0,926471 | 1,89 | 0,970621 | 2,33 | 0,990097 | 2,77 | 0,997197 |
| 1,02 | 0,846136 | 1,46 | 0,927855 | 1,90 | 0,971283 | 2,34 | 0,990358 | 2,78 | 0,997282 |
| 1,03 | 0,848495 | 1,47 | 0,929219 | 1,91 | 0,971933 | 2,35 | 0,990613 | 2,79 | 0,997365 |
| 1,04 | 0,850830 | 1,48 | 0,930563 | 1,92 | 0,972571 | 2,36 | 0,990863 | 2,80 | 0,997445 |
| 1,05 | 0,853141 | 1,49 | 0,931888 | 1,93 | 0,973197 | 2,37 | 0,991106 | 2,81 | 0,997523 |
| 1,06 | 0,855428 | 1,50 | 0,933193 | 1,94 | 0,973810 | 2,38 | 0,991344 | 2,82 | 0,997599 |
| 1,07 | 0,857690 | 1,51 | 0,934478 | 1,95 | 0,974412 | 2,39 | 0,991576 | 2,83 | 0,997673 |
| 1,08 | 0,859929 | 1,52 | 0,935745 | 1,96 | 0,975002 | 2,40 | 0,991802 | 2,84 | 0,997744 |
| 1,09 | 0,862143 | 1,53 | 0,936992 | 1,97 | 0,975581 | 2,41 | 0,992024 | 2,85 | 0,997814 |
| 1,10 | 0,864334 | 1,54 | 0,938220 | 1,98 | 0,976148 | 2,42 | 0,992240 | 2,86 | 0,997882 |
| 1,11 | 0,866500 | 1,55 | 0,939429 | 1,99 | 0,976705 | 2,43 | 0,992451 | 2,87 | 0,997948 |
| 1,12 | 0,868643 | 1,56 | 0,940620 | 2,00 | 0,977250 | 2,44 | 0,992656 | 2,88 | 0,998012 |
| 1,13 | 0,870762 | 1,57 | 0,941792 | 2,01 | 0,977784 | 2,45 | 0,992857 | 2,89 | 0,998074 |
| 1,14 | 0,872857 | 1,58 | 0,942947 | 2,02 | 0,978308 | 2,46 | 0,993053 | 2,90 | 0,998134 |
| 1,15 | 0,874928 | 1,59 | 0,944083 | 2,03 | 0,978822 | 2,47 | 0,993244 | 2,91 | 0,998193 |
| 1,16 | 0,876976 | 1,60 | 0,945201 | 2,04 | 0,979325 | 2,48 | 0,993431 | 2,92 | 0,998250 |
| 1,17 | 0,879000 | 1,61 | 0,946301 | 2,05 | 0,979818 | 2,49 | 0,993613 | 2,93 | 0,998305 |
| 1,18 | 0,881000 | 1,62 | 0,947384 | 2,06 | 0,980301 | 2,50 | 0,993790 | 2,94 | 0,998359 |
| 1,19 | 0,882977 | 1,63 | 0,948449 | 2,07 | 0,980774 | 2,51 | 0,993963 | 2,95 | 0,998411 |
| 1,20 | 0,884930 | 1,64 | 0,949497 | 2,08 | 0,981237 | 2,52 | 0,994132 | 2,96 | 0,998462 |
| 1,21 | 0,886861 | 1,65 | 0,950529 | 2,09 | 0,981691 | 2,53 | 0,994297 | 2,97 | 0,998511 |
| 1,22 | 0,888768 | 1,66 | 0,951543 | 2,10 | 0,982136 | 2,54 | 0,994457 | 2,98 | 0,998559 |
| 1,23 | 0,890651 | 1,67 | 0,952540 | 2,11 | 0,982571 | 2,55 | 0,994614 | 2,99 | 0,998605 |
| 1,24 | 0,892512 | 1,68 | 0,953521 | 2,12 | 0,982997 | 2,56 | 0,994766 | 3,00 | 0,998650 |
| 1,25 | 0,894350 | 1,69 | 0,954486 | 2,13 | 0,983414 | 2,57 | 0,994915 |      |          |
| 1,26 | 0,896165 | 1,70 | 0,955435 | 2,14 | 0,983823 | 2,58 | 0,995060 |      |          |

## 2 Standardisierte Fehlmengenerwartungswerte

Es sei  $X$  eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, folglich gilt für ihre Dichtefunktion

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (5)$$

Man kann nun die Frage stellen, wie groß der Erwartungswert jenes Betrages ist, um den die standardnormalverteilte Zufallsvariable  $X$  einen vorgegebenen Wert  $v$  überschreitet, und dafür das Symbol  $\Phi^1(v)$  definieren:

$$\begin{aligned} \Phi^1(v) &= E[\max(0, X - v)] \\ &= \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \max(0, x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= \int_{x=v}^{x=\infty} (x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \end{aligned} \quad (6)$$

Diese Größe wird als *standardisierter Fehlmengenerwartungswert* oder auch als *Verlustfunktion erster Ordnung* bezeichnet, weil man mit ihr abbilden kann, um wie viel eine zufällige standardnormalverteilte Nachfrage  $X$  einen vorhandenen Bestand oder eine beschaffte Menge  $v$  im Mittel überschreitet.

Die folgende Tabelle enthält für  $-3 \leq v \leq 3$  die korrespondierenden standardisierten Fehlmengenerwartungswerte  $\Phi^1(v)$ .

| $v$   | $\Phi^1(v)$ |       |          |       |          |       |          |       |          |
|-------|-------------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| -3,00 | 3,000382    | -2,50 | 2,502004 | -2,00 | 2,008491 | -1,50 | 1,529307 | -1,00 | 1,083315 |
| -2,99 | 2,990396    | -2,49 | 2,492067 | -1,99 | 1,998721 | -1,49 | 1,519981 | -0,99 | 1,074914 |
| -2,98 | 2,980410    | -2,48 | 2,482132 | -1,98 | 1,988957 | -1,48 | 1,510669 | -0,98 | 1,066537 |
| -2,97 | 2,970425    | -2,47 | 2,472199 | -1,97 | 1,979198 | -1,47 | 1,501370 | -0,97 | 1,058185 |
| -2,96 | 2,960440    | -2,46 | 2,462267 | -1,96 | 1,969445 | -1,46 | 1,492085 | -0,96 | 1,049858 |
| -2,95 | 2,950455    | -2,45 | 2,452337 | -1,95 | 1,959698 | -1,45 | 1,482813 | -0,95 | 1,041556 |
| -2,94 | 2,940472    | -2,44 | 2,442410 | -1,94 | 1,949957 | -1,44 | 1,473555 | -0,94 | 1,033279 |
| -2,93 | 2,930488    | -2,43 | 2,432484 | -1,93 | 1,940222 | -1,43 | 1,464312 | -0,93 | 1,025028 |
| -2,92 | 2,920506    | -2,42 | 2,422561 | -1,92 | 1,930493 | -1,42 | 1,455083 | -0,92 | 1,016803 |
| -2,91 | 2,910523    | -2,41 | 2,412640 | -1,91 | 1,920770 | -1,41 | 1,445868 | -0,91 | 1,008604 |
| -2,90 | 2,900542    | -2,40 | 2,402720 | -1,90 | 1,911054 | -1,40 | 1,436668 | -0,90 | 1,000431 |
| -2,89 | 2,890561    | -2,39 | 2,392804 | -1,89 | 1,901345 | -1,39 | 1,427483 | -0,89 | 0,992285 |
| -2,88 | 2,880580    | -2,38 | 2,382889 | -1,88 | 1,891642 | -1,38 | 1,418314 | -0,88 | 0,984166 |
| -2,87 | 2,870600    | -2,37 | 2,372977 | -1,87 | 1,881946 | -1,37 | 1,409159 | -0,87 | 0,976074 |
| -2,86 | 2,860621    | -2,36 | 2,363067 | -1,86 | 1,872257 | -1,36 | 1,400020 | -0,86 | 0,968009 |
| -2,85 | 2,850643    | -2,35 | 2,353159 | -1,85 | 1,862575 | -1,35 | 1,390898 | -0,85 | 0,959972 |
| -2,84 | 2,840665    | -2,34 | 2,343255 | -1,84 | 1,852900 | -1,34 | 1,381791 | -0,84 | 0,951962 |
| -2,83 | 2,830688    | -2,33 | 2,333352 | -1,83 | 1,843233 | -1,33 | 1,372700 | -0,83 | 0,943981 |
| -2,82 | 2,820712    | -2,32 | 2,323453 | -1,82 | 1,833573 | -1,32 | 1,363626 | -0,82 | 0,936028 |
| -2,81 | 2,810736    | -2,31 | 2,313556 | -1,81 | 1,823920 | -1,31 | 1,354568 | -0,81 | 0,928103 |
| -2,80 | 2,800761    | -2,30 | 2,303662 | -1,80 | 1,814276 | -1,30 | 1,345528 | -0,80 | 0,920207 |
| -2,79 | 2,790787    | -2,29 | 2,293770 | -1,79 | 1,804639 | -1,29 | 1,336505 | -0,79 | 0,912340 |
| -2,78 | 2,780814    | -2,28 | 2,283882 | -1,78 | 1,795010 | -1,28 | 1,327499 | -0,78 | 0,904503 |
| -2,77 | 2,770841    | -2,27 | 2,273996 | -1,77 | 1,785390 | -1,27 | 1,318510 | -0,77 | 0,896694 |
| -2,76 | 2,760870    | -2,26 | 2,264114 | -1,76 | 1,775777 | -1,26 | 1,309539 | -0,76 | 0,888916 |
| -2,75 | 2,750899    | -2,25 | 2,254235 | -1,75 | 1,766174 | -1,25 | 1,300587 | -0,75 | 0,881167 |
| -2,74 | 2,740929    | -2,24 | 2,244358 | -1,74 | 1,756579 | -1,24 | 1,291653 | -0,74 | 0,873448 |
| -2,73 | 2,730961    | -2,23 | 2,234486 | -1,73 | 1,746992 | -1,23 | 1,282737 | -0,73 | 0,865760 |
| -2,72 | 2,720993    | -2,22 | 2,224616 | -1,72 | 1,737415 | -1,22 | 1,273840 | -0,72 | 0,858102 |
| -2,71 | 2,711026    | -2,21 | 2,214750 | -1,71 | 1,727847 | -1,21 | 1,264961 | -0,71 | 0,850475 |
| -2,70 | 2,701060    | -2,20 | 2,204887 | -1,70 | 1,718288 | -1,20 | 1,256102 | -0,70 | 0,842879 |
| -2,69 | 2,691095    | -2,19 | 2,195028 | -1,69 | 1,708738 | -1,19 | 1,247263 | -0,69 | 0,835315 |
| -2,68 | 2,681132    | -2,18 | 2,185172 | -1,68 | 1,699198 | -1,18 | 1,238443 | -0,68 | 0,827781 |
| -2,67 | 2,671169    | -2,17 | 2,175320 | -1,67 | 1,689668 | -1,17 | 1,229643 | -0,67 | 0,820280 |
| -2,66 | 2,661207    | -2,16 | 2,165472 | -1,66 | 1,680147 | -1,16 | 1,220863 | -0,66 | 0,812810 |
| -2,65 | 2,651247    | -2,15 | 2,155628 | -1,65 | 1,670637 | -1,15 | 1,212104 | -0,65 | 0,805372 |
| -2,64 | 2,641288    | -2,14 | 2,145788 | -1,64 | 1,661137 | -1,14 | 1,203365 | -0,64 | 0,797967 |
| -2,63 | 2,631330    | -2,13 | 2,135952 | -1,63 | 1,651647 | -1,13 | 1,194646 | -0,63 | 0,790594 |
| -2,62 | 2,621373    | -2,12 | 2,126120 | -1,62 | 1,642168 | -1,12 | 1,185949 | -0,62 | 0,783254 |
| -2,61 | 2,611418    | -2,11 | 2,116292 | -1,61 | 1,632699 | -1,11 | 1,177274 | -0,61 | 0,775947 |
| -2,60 | 2,601464    | -2,10 | 2,106468 | -1,60 | 1,623242 | -1,10 | 1,168620 | -0,60 | 0,768673 |
| -2,59 | 2,591511    | -2,09 | 2,096649 | -1,59 | 1,613796 | -1,09 | 1,159987 | -0,59 | 0,761432 |
| -2,58 | 2,581560    | -2,08 | 2,086835 | -1,58 | 1,604360 | -1,08 | 1,151377 | -0,58 | 0,754225 |
| -2,57 | 2,571610    | -2,07 | 2,077024 | -1,57 | 1,594937 | -1,07 | 1,142799 | -0,57 | 0,747051 |
| -2,56 | 2,561662    | -2,06 | 2,067219 | -1,56 | 1,585525 | -1,06 | 1,134223 | -0,56 | 0,739912 |
| -2,55 | 2,551715    | -2,05 | 2,057418 | -1,55 | 1,576124 | -1,05 | 1,125680 | -0,55 | 0,732806 |
| -2,54 | 2,541769    | -2,04 | 2,047623 | -1,54 | 1,566736 | -1,04 | 1,117160 | -0,54 | 0,725735 |
| -2,53 | 2,531826    | -2,03 | 2,037832 | -1,53 | 1,557360 | -1,03 | 1,108664 | -0,53 | 0,718698 |
| -2,52 | 2,521883    | -2,02 | 2,028046 | -1,52 | 1,547996 | -1,02 | 1,100190 | -0,52 | 0,711696 |
| -2,51 | 2,511943    | -2,01 | 2,018266 | -1,51 | 1,538645 | -1,01 | 1,091741 | -0,51 | 0,704729 |

|       |          |      |          |      |          |      |          |      |          |
|-------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|
|       |          | 0,19 | 0,311122 | 0,90 | 0,100431 | 1,61 | 0,022699 | 2,32 | 0,003453 |
|       |          | 0,20 | 0,306895 | 0,91 | 0,098604 | 1,62 | 0,022168 | 2,33 | 0,003352 |
| -0,50 | 0,697797 | 0,21 | 0,302707 | 0,92 | 0,096803 | 1,63 | 0,021647 | 2,34 | 0,003255 |
| -0,49 | 0,690900 | 0,22 | 0,298558 | 0,93 | 0,095028 | 1,64 | 0,021137 | 2,35 | 0,003159 |
| -0,48 | 0,684038 | 0,23 | 0,294448 | 0,94 | 0,093279 | 1,65 | 0,020637 | 2,36 | 0,003067 |
| -0,47 | 0,677212 | 0,24 | 0,290377 | 0,95 | 0,091556 | 1,66 | 0,020147 | 2,37 | 0,002977 |
| -0,46 | 0,670422 | 0,25 | 0,286345 | 0,96 | 0,089858 | 1,67 | 0,019668 | 2,38 | 0,002889 |
| -0,45 | 0,663667 | 0,26 | 0,282351 | 0,97 | 0,088185 | 1,68 | 0,019198 | 2,39 | 0,002804 |
| -0,44 | 0,656949 | 0,27 | 0,278396 | 0,98 | 0,086537 | 1,69 | 0,018738 | 2,40 | 0,002720 |
| -0,43 | 0,650267 | 0,28 | 0,274479 | 0,99 | 0,084914 | 1,70 | 0,018288 | 2,41 | 0,002640 |
| -0,42 | 0,643621 | 0,29 | 0,270601 | 1,00 | 0,083315 | 1,71 | 0,017847 | 2,42 | 0,002561 |
| -0,41 | 0,637011 | 0,30 | 0,266761 | 1,01 | 0,081741 | 1,72 | 0,017415 | 2,43 | 0,002484 |
| -0,40 | 0,630439 | 0,31 | 0,262959 | 1,02 | 0,080190 | 1,73 | 0,016992 | 2,44 | 0,002410 |
| -0,39 | 0,623903 | 0,32 | 0,259196 | 1,03 | 0,078664 | 1,74 | 0,016579 | 2,45 | 0,002337 |
| -0,38 | 0,617404 | 0,33 | 0,255470 | 1,04 | 0,077160 | 1,75 | 0,016174 | 2,46 | 0,002267 |
| -0,37 | 0,610943 | 0,34 | 0,251782 | 1,05 | 0,075680 | 1,76 | 0,015777 | 2,47 | 0,002199 |
| -0,36 | 0,604518 | 0,35 | 0,248131 | 1,06 | 0,074223 | 1,77 | 0,015390 | 2,48 | 0,002132 |
| -0,35 | 0,598131 | 0,36 | 0,244518 | 1,07 | 0,072789 | 1,78 | 0,015010 | 2,49 | 0,002067 |
| -0,34 | 0,591782 | 0,37 | 0,240943 | 1,08 | 0,071377 | 1,79 | 0,014639 | 2,50 | 0,002004 |
| -0,33 | 0,585470 | 0,38 | 0,237404 | 1,09 | 0,069987 | 1,80 | 0,014276 | 2,51 | 0,001943 |
| -0,32 | 0,579196 | 0,39 | 0,233903 | 1,10 | 0,068620 | 1,81 | 0,013920 | 2,52 | 0,001883 |
| -0,31 | 0,572959 | 0,40 | 0,230439 | 1,11 | 0,067274 | 1,82 | 0,013573 | 2,53 | 0,001826 |
| -0,30 | 0,566761 | 0,41 | 0,227011 | 1,12 | 0,065949 | 1,83 | 0,013233 | 2,54 | 0,001769 |
| -0,29 | 0,560601 | 0,42 | 0,223621 | 1,13 | 0,064646 | 1,84 | 0,012900 | 2,55 | 0,001715 |
| -0,28 | 0,554479 | 0,43 | 0,220267 | 1,14 | 0,063365 | 1,85 | 0,012575 | 2,56 | 0,001662 |
| -0,27 | 0,548396 | 0,44 | 0,216949 | 1,15 | 0,062104 | 1,86 | 0,012257 | 2,57 | 0,001610 |
| -0,26 | 0,542351 | 0,45 | 0,213667 | 1,16 | 0,060863 | 1,87 | 0,011946 | 2,58 | 0,001560 |
| -0,25 | 0,536345 | 0,46 | 0,210422 | 1,17 | 0,059643 | 1,88 | 0,011642 | 2,59 | 0,001511 |
| -0,24 | 0,530377 | 0,47 | 0,207212 | 1,18 | 0,058443 | 1,89 | 0,011345 | 2,60 | 0,001464 |
| -0,23 | 0,524448 | 0,48 | 0,204038 | 1,19 | 0,057263 | 1,90 | 0,011054 | 2,61 | 0,001418 |
| -0,22 | 0,518558 | 0,49 | 0,200900 | 1,20 | 0,056102 | 1,91 | 0,010770 | 2,62 | 0,001373 |
| -0,21 | 0,512707 | 0,50 | 0,197797 | 1,21 | 0,054961 | 1,92 | 0,010493 | 2,63 | 0,001330 |
| -0,20 | 0,506895 | 0,51 | 0,194729 | 1,22 | 0,053840 | 1,93 | 0,010222 | 2,64 | 0,001288 |
| -0,19 | 0,501122 | 0,52 | 0,191696 | 1,23 | 0,052737 | 1,94 | 0,009957 | 2,65 | 0,001247 |
| -0,18 | 0,495388 | 0,53 | 0,188698 | 1,24 | 0,051653 | 1,95 | 0,009698 | 2,66 | 0,001207 |
| -0,17 | 0,489693 | 0,54 | 0,185735 | 1,25 | 0,050587 | 1,96 | 0,009445 | 2,67 | 0,001169 |
| -0,16 | 0,484038 | 0,55 | 0,182806 | 1,26 | 0,049539 | 1,97 | 0,009198 | 2,68 | 0,001132 |
| -0,15 | 0,478422 | 0,56 | 0,179912 | 1,27 | 0,048510 | 1,98 | 0,008957 | 2,69 | 0,001095 |
| -0,14 | 0,472846 | 0,57 | 0,177051 | 1,28 | 0,047499 | 1,99 | 0,008721 | 2,70 | 0,001060 |
| -0,13 | 0,467309 | 0,58 | 0,174225 | 1,29 | 0,046505 | 2,00 | 0,008491 | 2,71 | 0,001026 |
| -0,12 | 0,461811 | 0,59 | 0,171432 | 1,30 | 0,045528 | 2,01 | 0,008266 | 2,72 | 0,000993 |
| -0,11 | 0,456353 | 0,60 | 0,168673 | 1,31 | 0,044568 | 2,02 | 0,008046 | 2,73 | 0,000961 |
| -0,10 | 0,450935 | 0,61 | 0,165947 | 1,32 | 0,043626 | 2,03 | 0,007832 | 2,74 | 0,000929 |
| -0,09 | 0,445557 | 0,62 | 0,163254 | 1,33 | 0,042700 | 2,04 | 0,007623 | 2,75 | 0,000899 |
| -0,08 | 0,440218 | 0,63 | 0,160594 | 1,34 | 0,041791 | 2,05 | 0,007418 | 2,76 | 0,000870 |
| -0,07 | 0,434919 | 0,64 | 0,157967 | 1,35 | 0,040898 | 2,06 | 0,007219 | 2,77 | 0,000841 |
| -0,06 | 0,429660 | 0,65 | 0,155372 | 1,36 | 0,040020 | 2,07 | 0,007024 | 2,78 | 0,000814 |
| -0,05 | 0,424441 | 0,66 | 0,152810 | 1,37 | 0,039159 | 2,08 | 0,006835 | 2,79 | 0,000787 |
| -0,04 | 0,419261 | 0,67 | 0,150280 | 1,38 | 0,038314 | 2,09 | 0,006649 | 2,80 | 0,000761 |
| -0,03 | 0,414122 | 0,68 | 0,147781 | 1,39 | 0,037483 | 2,10 | 0,006468 | 2,81 | 0,000736 |
| -0,02 | 0,409022 | 0,69 | 0,145315 | 1,40 | 0,036668 | 2,11 | 0,006292 | 2,82 | 0,000712 |
| -0,01 | 0,403962 | 0,70 | 0,142879 | 1,41 | 0,035868 | 2,12 | 0,006120 | 2,83 | 0,000688 |
| 0,00  | 0,398942 | 0,71 | 0,140475 | 1,42 | 0,035083 | 2,13 | 0,005952 | 2,84 | 0,000665 |
| 0,01  | 0,393962 | 0,72 | 0,138102 | 1,43 | 0,034312 | 2,14 | 0,005788 | 2,85 | 0,000643 |
| 0,02  | 0,389022 | 0,73 | 0,135760 | 1,44 | 0,033555 | 2,15 | 0,005628 | 2,86 | 0,000621 |
| 0,03  | 0,384122 | 0,74 | 0,133448 | 1,45 | 0,032813 | 2,16 | 0,005472 | 2,87 | 0,000600 |
| 0,04  | 0,379261 | 0,75 | 0,131167 | 1,46 | 0,032085 | 2,17 | 0,005320 | 2,88 | 0,000580 |
| 0,05  | 0,374441 | 0,76 | 0,128916 | 1,47 | 0,031370 | 2,18 | 0,005172 | 2,89 | 0,000561 |
| 0,06  | 0,369660 | 0,77 | 0,126694 | 1,48 | 0,030669 | 2,19 | 0,005028 | 2,90 | 0,000542 |
| 0,07  | 0,364919 | 0,78 | 0,124503 | 1,49 | 0,029981 | 2,20 | 0,004887 | 2,91 | 0,000523 |
| 0,08  | 0,360218 | 0,79 | 0,122340 | 1,50 | 0,029307 | 2,21 | 0,004750 | 2,92 | 0,000506 |
| 0,09  | 0,355557 | 0,80 | 0,120207 | 1,51 | 0,028645 | 2,22 | 0,004616 | 2,93 | 0,000488 |
| 0,10  | 0,350935 | 0,81 | 0,118103 | 1,52 | 0,027996 | 2,23 | 0,004486 | 2,94 | 0,000472 |
| 0,11  | 0,346353 | 0,82 | 0,116028 | 1,53 | 0,027360 | 2,24 | 0,004358 | 2,95 | 0,000455 |
| 0,12  | 0,341811 | 0,83 | 0,113981 | 1,54 | 0,026736 | 2,25 | 0,004235 | 2,96 | 0,000440 |
| 0,13  | 0,337309 | 0,84 | 0,111962 | 1,55 | 0,026124 | 2,26 | 0,004114 | 2,97 | 0,000425 |
| 0,14  | 0,332846 | 0,85 | 0,109972 | 1,56 | 0,025525 | 2,27 | 0,003996 | 2,98 | 0,000410 |
| 0,15  | 0,328422 | 0,86 | 0,108009 | 1,57 | 0,024937 | 2,28 | 0,003882 | 2,99 | 0,000396 |
| 0,16  | 0,324038 | 0,87 | 0,106074 | 1,58 | 0,024360 | 2,29 | 0,003770 | 3,00 | 0,000382 |
| 0,17  | 0,319693 | 0,88 | 0,104166 | 1,59 | 0,023796 | 2,30 | 0,003662 |      |          |
| 0,18  | 0,315388 | 0,89 | 0,102285 | 1,60 | 0,023242 | 2,31 | 0,003556 |      |          |