

Klausurteil “Operations Management”
Sommersemester 2024

Hinweise:

- **Der Klausurteil besteht aus drei** Aufgaben, die **alle** von Ihnen zu bearbeiten sind. Die erreichbare Punktzahl ist bei jeder Aufgabe angegeben.
- Als Hilfsmittel ist für diesen Klausurteil ein nicht alpha-numerisch programmierbarer Taschenrechner zulässig.
- **Der Lösungsweg muss erkennbar sein!** Wenn Sie zur Beantwortung einer Frage eine Formel verwenden, so geben Sie diese zunächst in allgemeiner Form an!
- Geben Sie bei Ihren Berechnungen **stets die Einheiten** der verwendeten Größen an!
- Zur Beantwortung der Fragen finden Sie genügend Platz in der Klausur. Bitte reißen Sie die Klausur nicht auseinander und verwenden Sie kein eigenes Papier.
- **Tabellenwerke** finden Sie im **Anhang des Klausurteils**.
- Tragen Sie bitte zuerst Ihre persönlichen Daten ein.

Persönliche Daten:

Nachname	Vorname	Matrikelnr.	Studienfach	Semester

Bewertung der Klausur:

Aufg.	1	2	3	Summe
Punkte				

1. Entscheidungsmodelle und Algorithmen

(10 P.)

- a) Erläutern Sie die fünf verschiedenen Komponenten von Entscheidungsmodellen! (5 P.)

b) Wozu formuliert man mathematische Entscheidungsmodelle? (1 P.)

c) Worin besteht der Unterschied zwischen einem abstrakten Modell und einer konkreten Modellinstanz? (2 P.)

- d) In welchem Zusammenhang stehen Entscheidungsmodelle und Optimierungsverfahren zueinander? (2 P.)

2. Einmalige Bestellvorgänge - Zeitungsjungenproblem (10 P.)

Betrachtet wird die Bestellung eines verderblichen Gutes. Der Kostensatz für Fehlmengen sei $c_u = 4$ Geldeinheiten, der für Restmengen betrage $c_o = 3$ Geldeinheiten. Angestrebt wird die Minimierung der Summe aus Kosten für Fehlmengen sowie für Restmengen. (Erforderliche Tabellenwerke finden Sie im Anhang.)

- a) Unterstellen Sie, die Nachfrage folge einer Normalverteilung. Der Erwartungswert der zufälligen Nachfrage D sei $\mu_D = 100$ Mengeneinheiten (ME) und die Standardabweichung betrage $\sigma_D = 10$ ME.
- i. Welche Bestellmenge führt in diesem Fall zum Kostenminimum? (3 P.)

- ii. Wie groß sind bei einer Bestellmenge q von 100 Mengeneinheiten der sich einstellende α -Servicegrad, der Erwartungswert der Fehlmenge $E[F(q)]$ und der β -Servicegrad? (6 P.)

- b) Unterstellen Sie nun, die Standardabweichung der Nachfrage betrage $\sigma_D = 0$ Mengeneinheiten. Der Erwartungswert der Nachfrage D sei weiterhin $\mu_D = 100$ ME. Welche Bestellmenge führt in diesem Fall zum Kostenminimum? Wie groß ist dieses Kostenminimum? (1 P.)

3. Produktionsprogrammplanung mit Kapazitätsreservierung (10 P.)

Gegeben sei Ihnen die folgende Notation des Modells zur Produktionsprogrammplanung mit Kapazitätsreservierung bei unsicherer Nachfrage:

Symbol	Bedeutung
Indizes und Indexmengen	
$i \in \mathcal{I}$	Produkte, $\mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$
$j \in \mathcal{J}$	Ressourcen, $\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$
$s \in \mathcal{S}$	Szenarien, $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$
Parameter	
a_{ij}	Ressourcenverbrauch je Einheit von Produkt i auf Ressource j
c_j	reguläre Periodenkapazität von Ressource j
c_j^z	zusätzliche Periodenkapazität von Ressource j
d_{is}	Absatzobergrenze von Produkt i in Szenario s
e_i	Erlös je Einheit von Produkt i
p_s	Eintrittswahrscheinlichkeit von Szenario s
k_i^v	variable Herstellkosten je Einheit von Produkt i
k_j^z	Kosten der Kapazitätsreservierung für Ressource j
Entscheidungsvariablen	
$X_{is} \geq 0$	Produktions- und Absatzmenge von Produkt i in Szenario s
$Y_j \in \{0, 1\}$	gleich 1, falls Zusatzkapazität für Ressource j genutzt wird, sonst 0

Unter Verwendung dieser Notation lautet das in der Vorlesung behandelte Modell folgendermaßen:

$$\text{Max. } Z = \sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^I p_s (e_i - k_i^v) \cdot X_{is} - \sum_{j=1}^J k_j^z \cdot Y_j \quad (1)$$

u. B. d. R.

$$X_{is} \leq d_{is}, \quad i \in \mathcal{I}, s \in \mathcal{S} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I a_{ij} \cdot X_{is} \leq c_j + c_j^z \cdot Y_j, \quad j \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} \quad (3)$$

a) Erläutern Sie, inwiefern in diesem Modell zwei verschiedene Entscheidungsstufen vorliegen und in welchem zeitlichen und inhaltlichen Zusammenhang diese zueinander stehen! (2 P.)

b) Welche Risikoeinstellung wird in Modell zum Ausdruck gebracht? Woran können Sie das erkennen? (2 P.)

c) Stellen Sie sich vor, dass Ihnen eine gute Fee erschienen ist und Ihnen genau gesagt hat, wie die zukünftige Welt aussehen wird, somit die Unsicherheit aus Ihrer Problemstellung verschwunden ist. Können Sie dann das Modell weiterhin für eine rationale Entscheidung nutzen? Falls ja, wie, falls nein, warum nicht? (2 P.)

d) Stellen Sie sich vor, dass das betrachtete Unternehmen gerade einen Liquiditätsengpass hat und für Kapazitätsreservierungen lediglich ein finanzielles Budget B zur Verfügung steht. Erweitern Sie das Modell um eine Restriktion, welche diese Anforderung an den Plan berücksichtigt! (2 P.)

- e) Stellen Sie sich vor, dass die Kapazitätserweiterung für die Ressource 5 nur möglich ist, wenn auch die Kapazitätserweiterung für die Ressource 3 erfolgt. Erweitern Sie das Modell um eine Restriktion, welche diese Anforderung an den Plan berücksichtigt! (2 P.)

Anhang

1 Tabellenwerte der Standardnormalverteilung

Es sei X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, es sei also ihr Erwartungswert $\mu = 0$ und ihre Standardabweichung $\sigma = 1$. Die folgende Tabelle enthält für $-3 \leq x \leq 3$ die korrespondierenden Werte der Verteilungsfunktion $F_X(x)$.

x	$F_X(x)$								
-3,00	0,001350	-2,23	0,012874	-1,46	0,072145	-0,69	0,245097	0,08	0,531881
-2,99	0,001395	-2,22	0,013209	-1,45	0,073529	-0,68	0,248252	0,09	0,535856
-2,98	0,001441	-2,21	0,013553	-1,44	0,074934	-0,67	0,251429	0,10	0,539828
-2,97	0,001489	-2,20	0,013903	-1,43	0,076359	-0,66	0,254627	0,11	0,543795
-2,96	0,001538	-2,19	0,014262	-1,42	0,077804	-0,65	0,257846	0,12	0,547758
-2,95	0,001589	-2,18	0,014629	-1,41	0,079270	-0,64	0,261086	0,13	0,551717
-2,94	0,001641	-2,17	0,015003	-1,40	0,080757	-0,63	0,264347	0,14	0,555670
-2,93	0,001695	-2,16	0,015386	-1,39	0,082264	-0,62	0,267629	0,15	0,559618
-2,92	0,001750	-2,15	0,015778	-1,38	0,083793	-0,61	0,270931	0,16	0,563559
-2,91	0,001807	-2,14	0,016177	-1,37	0,085343	-0,60	0,274253	0,17	0,567495
-2,90	0,001866	-2,13	0,016586	-1,36	0,086915	-0,59	0,277595	0,18	0,571424
-2,89	0,001926	-2,12	0,017003	-1,35	0,088508	-0,58	0,280957	0,19	0,575345
-2,88	0,001988	-2,11	0,017429	-1,34	0,090123	-0,57	0,284339	0,20	0,579260
-2,87	0,002052	-2,10	0,017864	-1,33	0,091759	-0,56	0,287740	0,21	0,583166
-2,86	0,002118	-2,09	0,018309	-1,32	0,093418	-0,55	0,291160	0,22	0,587064
-2,85	0,002186	-2,08	0,018763	-1,31	0,095098	-0,54	0,294599	0,23	0,590954
-2,84	0,002256	-2,07	0,019226	-1,30	0,096800	-0,53	0,298056	0,24	0,594835
-2,83	0,002327	-2,06	0,019699	-1,29	0,098525	-0,52	0,301532	0,25	0,598706
-2,82	0,002401	-2,05	0,020182	-1,28	0,100273	-0,51	0,305026	0,26	0,602568
-2,81	0,002477	-2,04	0,020675	-1,27	0,102042	-0,50	0,308538	0,27	0,606420
-2,80	0,002555	-2,03	0,021178	-1,26	0,103835	-0,49	0,312067	0,28	0,610261
-2,79	0,002635	-2,02	0,021692	-1,25	0,105650	-0,48	0,315614	0,29	0,614092
-2,78	0,002718	-2,01	0,022216	-1,24	0,107488	-0,47	0,319178	0,30	0,617911
-2,77	0,002803	-2,00	0,022750	-1,23	0,109349	-0,46	0,322758	0,31	0,621720
-2,76	0,002890	-1,99	0,023295	-1,22	0,111232	-0,45	0,326355	0,32	0,625516
-2,75	0,002980	-1,98	0,023852	-1,21	0,113139	-0,44	0,329969	0,33	0,629300
-2,74	0,003072	-1,97	0,024419	-1,20	0,115070	-0,43	0,333598	0,34	0,633072
-2,73	0,003167	-1,96	0,024998	-1,19	0,117023	-0,42	0,337243	0,35	0,636831
-2,72	0,003264	-1,95	0,025588	-1,18	0,119000	-0,41	0,340903	0,36	0,640576
-2,71	0,003364	-1,94	0,026190	-1,17	0,121000	-0,40	0,344578	0,37	0,644309
-2,70	0,003467	-1,93	0,026803	-1,16	0,123024	-0,39	0,348268	0,38	0,648027
-2,69	0,003573	-1,92	0,027429	-1,15	0,125072	-0,38	0,351973	0,39	0,651732
-2,68	0,003681	-1,91	0,028067	-1,14	0,127143	-0,37	0,355691	0,40	0,655422
-2,67	0,003793	-1,90	0,028717	-1,13	0,129238	-0,36	0,359424	0,41	0,659097
-2,66	0,003907	-1,89	0,029379	-1,12	0,131357	-0,35	0,363169	0,42	0,662757
-2,65	0,004025	-1,88	0,030054	-1,11	0,133500	-0,34	0,366928	0,43	0,666402
-2,64	0,004145	-1,87	0,030742	-1,10	0,135666	-0,33	0,370700	0,44	0,670031
-2,63	0,004269	-1,86	0,031443	-1,09	0,137857	-0,32	0,374484	0,45	0,673645
-2,62	0,004396	-1,85	0,032157	-1,08	0,140071	-0,31	0,378280	0,46	0,677242
-2,61	0,004527	-1,84	0,032884	-1,07	0,142310	-0,30	0,382089	0,47	0,680822
-2,60	0,004661	-1,83	0,033625	-1,06	0,144572	-0,29	0,385908	0,48	0,684386
-2,59	0,004799	-1,82	0,034380	-1,05	0,146859	-0,28	0,389739	0,49	0,687933
-2,58	0,004940	-1,81	0,035148	-1,04	0,149170	-0,27	0,393580	0,50	0,691462
-2,57	0,005085	-1,80	0,035930	-1,03	0,151505	-0,26	0,397432	0,51	0,694974
-2,56	0,005234	-1,79	0,036727	-1,02	0,153864	-0,25	0,401294	0,52	0,698468
-2,55	0,005386	-1,78	0,037538	-1,01	0,156248	-0,24	0,405165	0,53	0,701944
-2,54	0,005543	-1,77	0,038364	-1,00	0,158655	-0,23	0,409046	0,54	0,705401
-2,53	0,005703	-1,76	0,039204	-0,99	0,161087	-0,22	0,412936	0,55	0,708840
-2,52	0,005868	-1,75	0,040059	-0,98	0,163543	-0,21	0,416834	0,56	0,712260
-2,51	0,006037	-1,74	0,040930	-0,97	0,166023	-0,20	0,420740	0,57	0,715661
-2,50	0,006210	-1,73	0,041815	-0,96	0,168528	-0,19	0,424655	0,58	0,719043
-2,49	0,006387	-1,72	0,042716	-0,95	0,171056	-0,18	0,428576	0,59	0,722405
-2,48	0,006569	-1,71	0,043633	-0,94	0,173609	-0,17	0,432505	0,60	0,725747
-2,47	0,006756	-1,70	0,044565	-0,93	0,176186	-0,16	0,436441	0,61	0,729069
-2,46	0,006947	-1,69	0,045514	-0,92	0,178786	-0,15	0,440382	0,62	0,732371
-2,45	0,007143	-1,68	0,046479	-0,91	0,181411	-0,14	0,444330	0,63	0,735653
-2,44	0,007344	-1,67	0,047460	-0,90	0,184060	-0,13	0,448283	0,64	0,738914
-2,43	0,007549	-1,66	0,048457	-0,89	0,186733	-0,12	0,452242	0,65	0,742154
-2,42	0,007760	-1,65	0,049471	-0,88	0,189430	-0,11	0,456205	0,66	0,745373
-2,41	0,007976	-1,64	0,050503	-0,87	0,192150	-0,10	0,460172	0,67	0,748571
-2,40	0,008198	-1,63	0,051551	-0,86	0,194895	-0,09	0,464144	0,68	0,751748
-2,39	0,008424	-1,62	0,052616	-0,85	0,197663	-0,08	0,468119	0,69	0,754903
-2,38	0,008656	-1,61	0,053699	-0,84	0,200454	-0,07	0,472097	0,70	0,758036
-2,37	0,008894	-1,60	0,054799	-0,83	0,203269	-0,06	0,476078	0,71	0,761148
-2,36	0,009137	-1,59	0,055917	-0,82	0,206108	-0,05	0,480061	0,72	0,764238
-2,35	0,009387	-1,58	0,057053	-0,81	0,208970	-0,04	0,484047	0,73	0,767305
-2,34	0,009642	-1,57	0,058208	-0,80	0,211855	-0,03	0,488034	0,74	0,770350
-2,33	0,009903	-1,56	0,059380	-0,79	0,214764	-0,02	0,492022	0,75	0,773373
-2,32	0,010170	-1,55	0,060571	-0,78	0,217695	-0,01	0,496011	0,76	0,776373
-2,31	0,010444	-1,54	0,061780	-0,77	0,220650	0,00	0,500000	0,77	0,779350
-2,30	0,010724	-1,53	0,063008	-0,76	0,223627	0,01	0,503989	0,78	0,782305
-2,29	0,011011	-1,52	0,064255	-0,75	0,226627	0,02	0,507978	0,79	0,785236
-2,28	0,011304	-1,51	0,065522	-0,74	0,229650	0,03	0,511965	0,80	0,788145
-2,27	0,011604	-1,50	0,066807	-0,73	0,232695	0,04	0,515953	0,81	0,791030
-2,26	0,011911	-1,49	0,068112	-0,72	0,235762	0,05	0,519939	0,82	0,793892
-2,25	0,012224	-1,48	0,069437	-0,71	0,238852	0,06	0,523922	0,83	0,796731
-2,24	0,012545	-1,47	0,070781	-0,70	0,241964	0,07	0,527903	0,84	0,799546

0,85	0,802337	1,29	0,901475	1,73	0,958185	2,17	0,984997	2,61	0,995473
0,86	0,805105	1,30	0,903200	1,74	0,959070	2,18	0,985371	2,62	0,995604
0,87	0,807850	1,31	0,904902	1,75	0,959941	2,19	0,985738	2,63	0,995731
0,88	0,810570	1,32	0,906582	1,76	0,960796	2,20	0,986097	2,64	0,995855
0,89	0,813267	1,33	0,908241	1,77	0,961636	2,21	0,986447	2,65	0,995975
0,90	0,815940	1,34	0,909877	1,78	0,962462	2,22	0,986791	2,66	0,996093
0,91	0,818589	1,35	0,911492	1,79	0,963273	2,23	0,987126	2,67	0,996207
0,92	0,821214	1,36	0,913085	1,80	0,964070	2,24	0,987455	2,68	0,996319
0,93	0,823814	1,37	0,914657	1,81	0,964852	2,25	0,987776	2,69	0,996427
0,94	0,826391	1,38	0,916207	1,82	0,965620	2,26	0,988089	2,70	0,996533
0,95	0,828944	1,39	0,917736	1,83	0,966375	2,27	0,988396	2,71	0,996636
0,96	0,831472	1,40	0,919243	1,84	0,967116	2,28	0,988696	2,72	0,996736
0,97	0,833977	1,41	0,920730	1,85	0,967843	2,29	0,988989	2,73	0,996833
0,98	0,836457	1,42	0,922196	1,86	0,968557	2,30	0,989276	2,74	0,996928
0,99	0,838913	1,43	0,923641	1,87	0,969258	2,31	0,989556	2,75	0,997020
1,00	0,841345	1,44	0,925066	1,88	0,969946	2,32	0,989830	2,76	0,997110
1,01	0,843752	1,45	0,926471	1,89	0,970621	2,33	0,990097	2,77	0,997197
1,02	0,846136	1,46	0,927855	1,90	0,971283	2,34	0,990358	2,78	0,997282
1,03	0,848495	1,47	0,929219	1,91	0,971933	2,35	0,990613	2,79	0,997365
1,04	0,850830	1,48	0,930563	1,92	0,972571	2,36	0,990863	2,80	0,997445
1,05	0,853141	1,49	0,931888	1,93	0,973197	2,37	0,991106	2,81	0,997523
1,06	0,855428	1,50	0,933193	1,94	0,973810	2,38	0,991344	2,82	0,997599
1,07	0,857690	1,51	0,934478	1,95	0,974412	2,39	0,991576	2,83	0,997673
1,08	0,859929	1,52	0,935745	1,96	0,975002	2,40	0,991802	2,84	0,997744
1,09	0,862143	1,53	0,936992	1,97	0,975581	2,41	0,992024	2,85	0,997814
1,10	0,864334	1,54	0,938220	1,98	0,976148	2,42	0,992240	2,86	0,997882
1,11	0,866500	1,55	0,939429	1,99	0,976705	2,43	0,992451	2,87	0,997948
1,12	0,868643	1,56	0,940620	2,00	0,977250	2,44	0,992656	2,88	0,998012
1,13	0,870762	1,57	0,941792	2,01	0,977784	2,45	0,992857	2,89	0,998074
1,14	0,872857	1,58	0,942947	2,02	0,978308	2,46	0,993053	2,90	0,998134
1,15	0,874928	1,59	0,944083	2,03	0,978822	2,47	0,993244	2,91	0,998193
1,16	0,876976	1,60	0,945201	2,04	0,979325	2,48	0,993431	2,92	0,998250
1,17	0,879000	1,61	0,946301	2,05	0,979818	2,49	0,993613	2,93	0,998305
1,18	0,881000	1,62	0,947384	2,06	0,980301	2,50	0,993790	2,94	0,998359
1,19	0,882977	1,63	0,948449	2,07	0,980774	2,51	0,993963	2,95	0,998411
1,20	0,884930	1,64	0,949497	2,08	0,981237	2,52	0,994132	2,96	0,998462
1,21	0,886861	1,65	0,950529	2,09	0,981691	2,53	0,994297	2,97	0,998511
1,22	0,888768	1,66	0,951543	2,10	0,982136	2,54	0,994457	2,98	0,998559
1,23	0,890651	1,67	0,952540	2,11	0,982571	2,55	0,994614	2,99	0,998605
1,24	0,892512	1,68	0,953521	2,12	0,982997	2,56	0,994766	3,00	0,998650
1,25	0,894350	1,69	0,954486	2,13	0,983414	2,57	0,994915		
1,26	0,896165	1,70	0,955435	2,14	0,983823	2,58	0,995060		
1,27	0,897958	1,71	0,956367	2,15	0,984222	2,59	0,995201		
1,28	0,899727	1,72	0,957284	2,16	0,984614	2,60	0,995339		

2 Standardisierte Fehlmengenerwartungswerte

Es sei X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, folglich gilt für ihre Dichtefunktion

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (4)$$

Man kann nun die Frage stellen, wie groß der Erwartungswert jenes Betrages ist, um den die standardnormalverteilte Zufallsvariable X einen vorgegebenen Wert v überschreitet, und dafür das Symbol $\Phi^1(v)$ definieren:

$$\begin{aligned} \Phi^1(v) &= E[\max(0, X - v)] \\ &= \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \max(0, x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= \int_{x=v}^{x=\infty} (x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \end{aligned} \quad (5)$$

Diese Größe wird als *standardisierter Fehlmengenerwartungswert* oder auch als *Verlustfunktion erster Ordnung* bezeichnet, weil man mit ihr abbilden kann, um wie viel eine zufällige standardnormalverteilte Nachfrage X einen vorhandenen Bestand oder eine beschaffte Menge v im Mittel überschreitet.

Die folgende Tabelle enthält für $-3 \leq v \leq 3$ die korrespondierenden standardisierten Fehlmengenerwartungswerte $\Phi^1(v)$.

v	$\Phi^1(v)$								
-3,00	3,000382	-2,50	2,502004	-2,00	2,008491	-1,50	1,529307	-1,00	1,083315
-2,99	2,990396	-2,49	2,492067	-1,99	1,998721	-1,49	1,519981	-0,99	1,074914
-2,98	2,980410	-2,48	2,482132	-1,98	1,988957	-1,48	1,510669	-0,98	1,066537
-2,97	2,970425	-2,47	2,472199	-1,97	1,979198	-1,47	1,501370	-0,97	1,058185
-2,96	2,960440	-2,46	2,462267	-1,96	1,969445	-1,46	1,492085	-0,96	1,049858
-2,95	2,950455	-2,45	2,452337	-1,95	1,959698	-1,45	1,482813	-0,95	1,041556
-2,94	2,940472	-2,44	2,442410	-1,94	1,949957	-1,44	1,473555	-0,94	1,033279
-2,93	2,930488	-2,43	2,432484	-1,93	1,940222	-1,43	1,464312	-0,93	1,025028
-2,92	2,920506	-2,42	2,422561	-1,92	1,930493	-1,42	1,455083	-0,92	1,016803
-2,91	2,910523	-2,41	2,412640	-1,91	1,920770	-1,41	1,445868	-0,91	1,008604
-2,90	2,900542	-2,40	2,402720	-1,90	1,911054	-1,40	1,436668	-0,90	1,000431
-2,89	2,890561	-2,39	2,392804	-1,89	1,901345	-1,39	1,427483	-0,89	0,992285
-2,88	2,880580	-2,38	2,382889	-1,88	1,891642	-1,38	1,418314	-0,88	0,984166
-2,87	2,870600	-2,37	2,372977	-1,87	1,881946	-1,37	1,409159	-0,87	0,976074
-2,86	2,860621	-2,36	2,363067	-1,86	1,872257	-1,36	1,400020	-0,86	0,968009
-2,85	2,850643	-2,35	2,353159	-1,85	1,862575	-1,35	1,390898	-0,85	0,959972
-2,84	2,840665	-2,34	2,343255	-1,84	1,852900	-1,34	1,381791	-0,84	0,951962
-2,83	2,830688	-2,33	2,333352	-1,83	1,843233	-1,33	1,372700	-0,83	0,943981
-2,82	2,820712	-2,32	2,323453	-1,82	1,833573	-1,32	1,363626	-0,82	0,936028
-2,81	2,810736	-2,31	2,313556	-1,81	1,823920	-1,31	1,354568	-0,81	0,928103
-2,80	2,800761	-2,30	2,303662	-1,80	1,814276	-1,30	1,345528	-0,80	0,920207
-2,79	2,790787	-2,29	2,293770	-1,79	1,804639	-1,29	1,336505	-0,79	0,912340
-2,78	2,780814	-2,28	2,283882	-1,78	1,795010	-1,28	1,327499	-0,78	0,904503
-2,77	2,770841	-2,27	2,273996	-1,77	1,785390	-1,27	1,318510	-0,77	0,896694
-2,76	2,760870	-2,26	2,264114	-1,76	1,775777	-1,26	1,309539	-0,76	0,888916
-2,75	2,750899	-2,25	2,254235	-1,75	1,766174	-1,25	1,300587	-0,75	0,881167
-2,74	2,740929	-2,24	2,244358	-1,74	1,756579	-1,24	1,291653	-0,74	0,873448
-2,73	2,730961	-2,23	2,234486	-1,73	1,746992	-1,23	1,282737	-0,73	0,865760
-2,72	2,720993	-2,22	2,224616	-1,72	1,737415	-1,22	1,273840	-0,72	0,858102
-2,71	2,711026	-2,21	2,214750	-1,71	1,727847	-1,21	1,264961	-0,71	0,850475
-2,70	2,701060	-2,20	2,204887	-1,70	1,718288	-1,20	1,256102	-0,70	0,842879
-2,69	2,691095	-2,19	2,195028	-1,69	1,708738	-1,19	1,247263	-0,69	0,835315
-2,68	2,681132	-2,18	2,185172	-1,68	1,699198	-1,18	1,238443	-0,68	0,827781
-2,67	2,671169	-2,17	2,175320	-1,67	1,689668	-1,17	1,229643	-0,67	0,820280
-2,66	2,661207	-2,16	2,165472	-1,66	1,680147	-1,16	1,220863	-0,66	0,812810
-2,65	2,651247	-2,15	2,155628	-1,65	1,670637	-1,15	1,212104	-0,65	0,805372
-2,64	2,641288	-2,14	2,145788	-1,64	1,661137	-1,14	1,203365	-0,64	0,797967
-2,63	2,631330	-2,13	2,135952	-1,63	1,651647	-1,13	1,194646	-0,63	0,790594
-2,62	2,621373	-2,12	2,126120	-1,62	1,642168	-1,12	1,185949	-0,62	0,783254
-2,61	2,611418	-2,11	2,116292	-1,61	1,632699	-1,11	1,177274	-0,61	0,775947
-2,60	2,601464	-2,10	2,106468	-1,60	1,623242	-1,10	1,168620	-0,60	0,768673
-2,59	2,591511	-2,09	2,096649	-1,59	1,613796	-1,09	1,159987	-0,59	0,761432
-2,58	2,581560	-2,08	2,086835	-1,58	1,604360	-1,08	1,151377	-0,58	0,754225
-2,57	2,571610	-2,07	2,077024	-1,57	1,594937	-1,07	1,142789	-0,57	0,747051
-2,56	2,561662	-2,06	2,067219	-1,56	1,585525	-1,06	1,134223	-0,56	0,739912
-2,55	2,551715	-2,05	2,057418	-1,55	1,576124	-1,05	1,125680	-0,55	0,732806
-2,54	2,541769	-2,04	2,047623	-1,54	1,566736	-1,04	1,117160	-0,54	0,725735
-2,53	2,531826	-2,03	2,037832	-1,53	1,557360	-1,03	1,108664	-0,53	0,718698
-2,52	2,521883	-2,02	2,028046	-1,52	1,547996	-1,02	1,100190	-0,52	0,711696
-2,51	2,511943	-2,01	2,018266	-1,51	1,538645	-1,01	1,091741	-0,51	0,704729

-0,50	0,697797	0,21	0,302707	0,92	0,096803	1,63	0,021647	2,34	0,003255
-0,49	0,690900	0,22	0,298558	0,93	0,095028	1,64	0,021137	2,35	0,003159
-0,48	0,684038	0,23	0,294448	0,94	0,093279	1,65	0,020637	2,36	0,003067
-0,47	0,677212	0,24	0,290377	0,95	0,091556	1,66	0,020147	2,37	0,002977
-0,46	0,670422	0,25	0,286345	0,96	0,089858	1,67	0,019668	2,38	0,002889
-0,45	0,663667	0,26	0,282351	0,97	0,088185	1,68	0,019198	2,39	0,002804
-0,44	0,656949	0,27	0,278396	0,98	0,086537	1,69	0,018738	2,40	0,002720
-0,43	0,650267	0,28	0,274479	0,99	0,084914	1,70	0,018288	2,41	0,002640
-0,42	0,643621	0,29	0,270601	1,00	0,083315	1,71	0,017847	2,42	0,002561
-0,41	0,637011	0,30	0,266761	1,01	0,081741	1,72	0,017415	2,43	0,002484
-0,40	0,630439	0,31	0,262959	1,02	0,080190	1,73	0,016992	2,44	0,002410
-0,39	0,623903	0,32	0,259196	1,03	0,078664	1,74	0,016579	2,45	0,002337
-0,38	0,617404	0,33	0,255470	1,04	0,077160	1,75	0,016174	2,46	0,002267
-0,37	0,610943	0,34	0,251782	1,05	0,075680	1,76	0,015777	2,47	0,002199
-0,36	0,604518	0,35	0,248131	1,06	0,074223	1,77	0,015390	2,48	0,002132
-0,35	0,598131	0,36	0,244518	1,07	0,072789	1,78	0,015010	2,49	0,002067
-0,34	0,591782	0,37	0,240943	1,08	0,071377	1,79	0,014639	2,50	0,002004
-0,33	0,585470	0,38	0,237404	1,09	0,069987	1,80	0,014276	2,51	0,001943
-0,32	0,579196	0,39	0,233903	1,10	0,068620	1,81	0,013920	2,52	0,001883
-0,31	0,572959	0,40	0,230439	1,11	0,067274	1,82	0,013573	2,53	0,001826
-0,30	0,566761	0,41	0,227011	1,12	0,065949	1,83	0,013233	2,54	0,001769
-0,29	0,560601	0,42	0,223621	1,13	0,064646	1,84	0,012900	2,55	0,001715
-0,28	0,554479	0,43	0,220267	1,14	0,063365	1,85	0,012575	2,56	0,001662
-0,27	0,548396	0,44	0,216949	1,15	0,062104	1,86	0,012257	2,57	0,001610
-0,26	0,542351	0,45	0,213667	1,16	0,060863	1,87	0,011946	2,58	0,001560
-0,25	0,536345	0,46	0,210422	1,17	0,059643	1,88	0,011642	2,59	0,001511
-0,24	0,530377	0,47	0,207212	1,18	0,058443	1,89	0,011345	2,60	0,001464
-0,23	0,524448	0,48	0,204038	1,19	0,057263	1,90	0,011054	2,61	0,001418
-0,22	0,518558	0,49	0,200900	1,20	0,056102	1,91	0,010770	2,62	0,001373
-0,21	0,512707	0,50	0,197797	1,21	0,054961	1,92	0,010493	2,63	0,001330
-0,20	0,506895	0,51	0,194729	1,22	0,053840	1,93	0,010222	2,64	0,001288
-0,19	0,501122	0,52	0,191696	1,23	0,052737	1,94	0,009957	2,65	0,001247
-0,18	0,495388	0,53	0,188698	1,24	0,051653	1,95	0,009698	2,66	0,001207
-0,17	0,489693	0,54	0,185735	1,25	0,050587	1,96	0,009445	2,67	0,001169
-0,16	0,484038	0,55	0,182806	1,26	0,049539	1,97	0,009198	2,68	0,001132
-0,15	0,478422	0,56	0,179912	1,27	0,048510	1,98	0,008957	2,69	0,001095
-0,14	0,472846	0,57	0,177051	1,28	0,047499	1,99	0,008721	2,70	0,001060
-0,13	0,467309	0,58	0,174225	1,29	0,046505	2,00	0,008491	2,71	0,001026
-0,12	0,461811	0,59	0,171432	1,30	0,045528	2,01	0,008266	2,72	0,000993
-0,11	0,456353	0,60	0,168673	1,31	0,044568	2,02	0,008046	2,73	0,000961
-0,10	0,450935	0,61	0,165947	1,32	0,043626	2,03	0,007832	2,74	0,000929
-0,09	0,445557	0,62	0,163254	1,33	0,042700	2,04	0,007623	2,75	0,000899
-0,08	0,440218	0,63	0,160594	1,34	0,041791	2,05	0,007418	2,76	0,000870
-0,07	0,434919	0,64	0,157967	1,35	0,040898	2,06	0,007219	2,77	0,000841
-0,06	0,429660	0,65	0,155372	1,36	0,040020	2,07	0,007024	2,78	0,000814
-0,05	0,424441	0,66	0,152810	1,37	0,039159	2,08	0,006835	2,79	0,000787
-0,04	0,419261	0,67	0,150280	1,38	0,038314	2,09	0,006649	2,80	0,000761
-0,03	0,414122	0,68	0,147781	1,39	0,037483	2,10	0,006468	2,81	0,000736
-0,02	0,409022	0,69	0,145315	1,40	0,036668	2,11	0,006292	2,82	0,000712
-0,01	0,403962	0,70	0,142879	1,41	0,035868	2,12	0,006120	2,83	0,000688
0,00	0,398942	0,71	0,140475	1,42	0,035083	2,13	0,005952	2,84	0,000665
0,01	0,393962	0,72	0,138102	1,43	0,034312	2,14	0,005788	2,85	0,000643
0,02	0,389022	0,73	0,135760	1,44	0,033555	2,15	0,005628	2,86	0,000621
0,03	0,384122	0,74	0,133448	1,45	0,032813	2,16	0,005472	2,87	0,000600
0,04	0,379261	0,75	0,131167	1,46	0,032085	2,17	0,005320	2,88	0,000580
0,05	0,374441	0,76	0,128916	1,47	0,031370	2,18	0,005172	2,89	0,000561
0,06	0,369660	0,77	0,126694	1,48	0,030669	2,19	0,005028	2,90	0,000542
0,07	0,364919	0,78	0,124503	1,49	0,029981	2,20	0,004887	2,91	0,000523
0,08	0,360218	0,79	0,122340	1,50	0,029307	2,21	0,004750	2,92	0,000506
0,09	0,355557	0,80	0,120207	1,51	0,028645	2,22	0,004616	2,93	0,000488
0,10	0,350935	0,81	0,118103	1,52	0,027996	2,23	0,004486	2,94	0,000472
0,11	0,346353	0,82	0,116028	1,53	0,027360	2,24	0,004358	2,95	0,000455
0,12	0,341811	0,83	0,113981	1,54	0,026736	2,25	0,004235	2,96	0,000440
0,13	0,337309	0,84	0,111962	1,55	0,026124	2,26	0,004114	2,97	0,000425
0,14	0,332846	0,85	0,109972	1,56	0,025525	2,27	0,003996	2,98	0,000410
0,15	0,328422	0,86	0,108009	1,57	0,024937	2,28	0,003882	2,99	0,000396
0,16	0,324038	0,87	0,106074	1,58	0,024360	2,29	0,003770	3,00	0,000382
0,17	0,319693	0,88	0,104166	1,59	0,023796	2,30	0,003662		
0,18	0,315388	0,89	0,102285	1,60	0,023242	2,31	0,003556		
0,19	0,311122	0,90	0,100431	1,61	0,022699	2,32	0,003453		
0,20	0,306895	0,91	0,098604	1,62	0,022168	2,33	0,003352		