

**Klausur “Operations- und Logistikmanagement”
im Studiengang “Produktion & Logistik”
Sommersemester 2023**

Hinweise:

- **Die Klausur besteht aus sechs** Aufgaben, die **alle** von Ihnen zu bearbeiten sind. Die erreichbare Punktzahl ist bei jeder Aufgabe angegeben.
- Als Hilfsmittel ist für diesen Klausurteil ein nicht alpha-numerisch programmierbarer Taschenrechner zulässig.
- **Der Lösungsweg muss erkennbar sein!** Wenn Sie zur Beantwortung einer Frage eine Formel verwenden, so geben Sie diese zunächst in allgemeiner Form an!
- Geben Sie bei Ihren Berechnungen **stets die Einheiten** der verwendeten Größen an!
- Zur Beantwortung der Fragen finden Sie genügend Platz in der Klausur. Bitte reißen Sie die Klausur nicht auseinander und verwenden Sie kein eigenes Papier.
- **Tabellenwerke** finden Sie im **Anhang der Klausur**.
- Tragen Sie bitte zuerst Ihre persönlichen Daten ein.

Persönliche Daten:

Nachname	Vorname	Matrikelnr.	Semester

Bewertung der Klausur:

Aufg.	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

1. Prozessanalyse (10 P.)

Zur Analyse eines Bediensystems mit einem Server liegen Ihnen die folgenden Informationen vor:

- Für den Erwartungswert der Zwischenankunftszeit gilt $E[T_a] = 10$ ZE.
- Für den Erwartungswert der Servicezeit gilt $E[T_s] = 7$ ZE.
- Der quadrierte Variationskoeffizient der Zwischenankunftszeiten ist $c_a^2 = 0,7$, jener der Servicezeiten beträgt $c_s^2 = 1,3$.

Führen Sie die Analyse entlang der folgenden Fragen durch und **geben Sie in jeder Rechnung zunächst die generelle Berechnungsformel an!**

a) Wie groß ist die Ankunftsrate λ ? (1 P.)

b) Wie groß ist die Bedien- oder Servicerate μ ? (1 P.)

c) Wie groß ist die Auslastung ρ ? (1 P.)

d) Wie groß ist der Erwartungswert der Durchlaufzeit $E[W]$ durch das System?
(2 P.)

e) Wie groß ist der Erwartungswert des Bestandes im System $E[L]$? (1 P.)

f) Ermitteln Sie (auch hier unter Angabe der Einheiten!) die Varianz $\text{VAR}[T_a]$
und die Standardabweichung σ_{T_a} der Zwischenankunftszeiten T_a ! (2 P.)

- g) Wie entwickelt sich der Erwartungswert der Durchlaufzeit $E[W]$ durch das System, wenn Sie die Anzahl der Server gedanklich gegen Unendlich gehen lassen? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P.)

2. Projektplanung im Vorgangsknotennetzplan (10 P.):

Ein gegebenes Projekt kann in sechs einzelne Vorgänge unterteilt werden. Für jeden Vorgang i wurde bereits die geschätzte Dauer d_i ermittelt. Außerdem wurde für jeden Vorgang i die Menge derjenigen Vorgänge V_i bestimmt, die als unmittelbare Vorgänger von Vorgang i abgeschlossen sein müssen, bevor mit Vorgang i begonnen werden kann:

i	d_i	V_i
1	20	-
2	30	{3}
3	10	{1}
4	40	{2}
5	20	{2, 3}
6	10	{4, 5}

Auf der nächsten Seite finden Sie eine Vorlage, in der die einzelnen Knoten des Netzplans schon vorgegeben sind. Übertragen Sie in die Vorlage die Informationen zu den Vorgangsdauern d_i und Vorgängerbeziehungen V_i aus der Tabelle und bestimmen Sie für alle Vorgänge i die frühesten Anfangszeitpunkte FA_i , die frühesten Endzeitpunkte FE_i , die spätesten Anfangszeitpunkte SA_i und die spätesten Endzeitpunkte SE_i . Ermitteln Sie daraus

- die Gesamtpuffer GP_i ,
- die Gesamtdauer des Projektes und
- dessen kritischen Pfad.

Unterstellen Sie dabei, dass das Projekt zum Zeitpunkt Null beginnt.

$i = 1$	$d_j =$
$FA_j =$	$FE_j =$
$SA_j =$	$SE_j =$

$i = 2$	$d_j =$
$FA_j =$	$FE_j =$
$SA_j =$	$SE_j =$

$i = 4$	$d_j =$
$FA_j =$	$FE_j =$
$SA_j =$	$SE_j =$

$i = 6$	$d_j =$
$FA_j =$	$FE_j =$
$SA_j =$	$SE_j =$

$i = 3$	$d_j =$
$FA_j =$	$FE_j =$
$SA_j =$	$SE_j =$

$i = 5$	$d_j =$
$FA_j =$	$FE_j =$
$SA_j =$	$SE_j =$

3. Dynamische Losgrößenplanung, Modellierung (10 P.)

Im Kontext der dynamischen Losgrößenplanung ist Ihnen bereits das folgende Modellfragment begegnet:

$$\text{Minimiere } \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot Y_{kt}) \quad (1)$$

u.B.d.R.

$$Y_{k,t-1} + Q_{kt} - Y_{kt} = d_{kt}, \quad \forall k,t \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K (ts_k \cdot \gamma_{kt} + tb_k \cdot Q_{kt}) \leq c_t, \quad \forall t \quad (3)$$

$$Q_{kt} \leq \frac{c_t}{tb_k} \cdot \gamma_{kt}, \quad \forall k,t \quad (4)$$

$$Q_{kt} \geq 0, \gamma_{kt} \in \{0,1\} \quad \forall k,t \quad (5)$$

a) Erläutern Sie, welcher Trade-off durch das Modell abgebildet wird! (2 P.)

b) Was wird durch die Zielfunktion (1) ausgedrückt? (1 P.)

c) Erläutern Sie den Definitionsbereich des Restriktionensystems (2)! (1 P.)

d) Was wird in der Restriktion (3) durch den Term $\sum_{k=1}^K (ts_k \cdot \gamma_{kt} + tb_k \cdot Q_{kt})$ ausgedrückt? (1 P.)

e) Stellen Sie sich vor, es sei möglich, je Periode bis zu O^{\max} Einheiten Zusatzkapazität an der Produktionsressource in Anspruch zu nehmen, zu Kosten von oc je Einheit. Mit O_t sei die geplante Zusatzkapazität bezeichnet. Erweitern Sie das Modell um die kostenoptimale Nutzung von Zusatzkapazität! (3 P.)

f) Stellen Sie sich vor, dass aus produktionstechnischen Gründen nur solche Lose aufgelegt werden können, die

- eine Mindestlosgröße q_k^{\min} nicht unterschreiten und zudem
- eine maximale Losgröße q_k^{\max} nicht überschreiten.

Erweitern Sie das Modell um zwei Restriktionen, durch die Sie diese Anforderungen ausdrücken können! (2 P.)

4. Entscheidungsmodelle (5 P.)

Nennen Sie die fünf verschiedenen Komponenten von Entscheidungsmodellen und geben Sie dabei an, auf welche Frage jede dieser Komponenten eine Antwort gibt.
(5 P.)

5. **Einmalige Bestellvorgänge - Zeitungsjungenproblem (10 P.)**

Die folgende Tabelle enthält die Wahrscheinlichkeitsfunktion für eine diskrete Zufallsvariable D , welche eine zufällige Nachfrage D nach einem diskreten, verderblichen Gut in Mengeneinheiten (ME) abbildet.

d	$\text{Prob}[D = d]$
1	0,2
2	0,3
3	0,2
4	0,1
5	0,2

- a) Die Beschaffungsmenge sei $q = 2$ ME. Berechnen Sie den Erwartungswert der Restmenge und den Erwartungswert der Fehlmenge! (4 P.)

- b) Wie groß müsste die diskrete (also ganzzahlige) Beschaffungsmenge q mindestens sein, so dass die Wahrscheinlichkeit, dass keine Fehlmenge auftritt, mindestens 90% beträgt? Warum? (2 P.)

c) Unterstellen Sie, dass die ganzzahlige Beschaffungsmenge q so gewählt werden soll, dass ein Mindest-Beta-Servicegrad β^{\min} von 60% nicht unterschritten wird.

i. Wie groß darf in diesem Fall der Erwartungswert der Fehlmenge maximal sein? (2 P.)

ii. Wie groß muss die ganzzahlige Beschaffungsmenge q mindestens gewählt werden, so dass der so ermittelte maximal zulässige Erwartungswert der Fehlmenge nicht überschritten wird? Welcher β -Servicegrad wird sich bei der so ermittelten Beschaffungsmenge q dann tatsächlich einstellen? (2 P.)

6. Standortplanung, Modellierung (15 P.):

Betrachten Sie die folgende Notationstabelle und darunter das aus der Vorlesung bekannte Entscheidungsmodell zur kostenorientierten Standortplanung:

Symbol	Bedeutung
Indizes	
$i = 1, \dots, I$	potentielle Standorte
$j = 1, \dots, J$	Nachfragezentren
Parameter	
a_i	Kapazität des potentiellen Standorts i
b_j	Bedarf am Nachfragezentrum j
c_{ij}	Kostensatz je Mengeneinheit für Transporte vom potentiellen Standort i zum Nachfragezentrum j
f_i	fixe Kosten des potentiellen Standorts i
Entscheidungsvariablen	
$X_{ij} \geq 0$	Transportmenge von i nach j
$Y_i \in \{0, 1\}$	gleich 1, wenn Standort i eingerichtet wird, sonst 0

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{i=1}^I f_i \cdot Y_i + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{ij} \cdot X_{ij} \quad (6)$$

u. B. d. R.

$$\sum_{j=1}^J X_{ij} \leq a_i \cdot Y_i, \quad i = 1, \dots, I \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^I X_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, J \quad (8)$$

Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen:

- a) Was wird in Formel (6) durch den Term $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{ij} \cdot X_{ij}$ ausgedrückt? (1 P.)

- b) Erläutern Sie, welchem Zweck das Restriktionensystem (7) dient und aus welchem Grund auf der rechten Seite der Restriktion der Term $a_i \cdot Y_i$ steht! Erläutern Sie ebenfalls den Definitionsbereich des Restriktionensystems! (2 P.)

- c) Stellen Sie sich vor, Sie würden aus dem Modell (6) - (8) das Restriktionssystem (8) entfernen und das dann verbleibende Modell (6) - (7) für eine konkrete Instanz lösen. Wie sähe dann die optimale Lösung des Modells aus? Warum wäre das so? (2 P.)

- d) Geben Sie ein System von bezüglich der Entscheidungsvariablen linearen Restriktionen an, durch welches Sie erzwingen können, dass von den potentiellen Standorten 2 und 3 zumindest einer eröffnet (ingerichtet) wird! (2 P.)

- e) Betrachten Sie nun die folgende Instanz mit den Nachfragen b_j gemäß Tabelle 1 und den Kapazitäten a_i gemäß Tabelle 2. Alle Transportkostensätze seien $c_{ij} = 1$ und alle fixen Kosten der Standorte seien $f_i = 1000$.

Tabelle 1: Nachfrage b_j an den Nachfragezentren j

j	1	2	3	4
b_j	50	100	80	70

Tabelle 2: Kapazität a_i an den potentiellen Standorten i

i	1	2	3
a_i	200	180	150

- i. Geben Sie für diese konkrete Instanz alle Restriktionen gemäß Formel (7) des Entscheidungsmodells der Standortplanung für den Standort $i = 3$ an! (2 P.)

- ii. Geben Sie für diese konkrete Instanz alle Restriktionen gemäß Formel (8) des Entscheidungsmodells der Standortplanung für das Nachfragezentrum $j = 2$ an! (2 P.)

iii. Prüfen Sie, ob eine Belegung aller Variablen mit dem Wert 0 **außer**

$$Y_1 = 1, \quad X_{1,1} = 50, \quad X_{1,2} = 100$$

$$Y_2 = 1, \quad X_{2,3} = 80, \quad X_{2,4} = 70$$

eine zulässige und ggf. eine optimale Lösung darstellen kann! Begründen Sie zu beiden Punkten Ihre Antwort! (2 P.)

iv. Prüfen Sie, ob eine Belegung aller Variablen mit dem Wert 0 **außer**

$$Y_1 = 1, \quad X_{1,1} = 50, \quad X_{1,2} = 30$$

$$Y_3 = 1, \quad X_{3,2} = 50, \quad X_{3,3} = 80, \quad X_{3,4} = 70$$

eine zulässige und ggf. eine optimale Lösung darstellen kann! Begründen Sie zu beiden Punkten Ihre Antwort! (2 P.)

0,85	0,802337	1,29	0,901475	1,73	0,958185	2,17	0,984997	2,61	0,995473
0,86	0,805105	1,30	0,903200	1,74	0,959070	2,18	0,985371	2,62	0,995604
0,87	0,807850	1,31	0,904902	1,75	0,959941	2,19	0,985738	2,63	0,995731
0,88	0,810570	1,32	0,906582	1,76	0,960796	2,20	0,986097	2,64	0,995855
0,89	0,813267	1,33	0,908241	1,77	0,961636	2,21	0,986447	2,65	0,995975
0,90	0,815940	1,34	0,909877	1,78	0,962462	2,22	0,986791	2,66	0,996093
0,91	0,818589	1,35	0,911492	1,79	0,963273	2,23	0,987126	2,67	0,996207
0,92	0,821214	1,36	0,913085	1,80	0,964070	2,24	0,987455	2,68	0,996319
0,93	0,823814	1,37	0,914657	1,81	0,964852	2,25	0,987776	2,69	0,996427
0,94	0,826391	1,38	0,916207	1,82	0,965620	2,26	0,988089	2,70	0,996533
0,95	0,828944	1,39	0,917736	1,83	0,966375	2,27	0,988396	2,71	0,996636
0,96	0,831472	1,40	0,919243	1,84	0,967116	2,28	0,988696	2,72	0,996736
0,97	0,833977	1,41	0,920730	1,85	0,967843	2,29	0,988989	2,73	0,996833
0,98	0,836457	1,42	0,922196	1,86	0,968557	2,30	0,989276	2,74	0,996928
0,99	0,838913	1,43	0,923641	1,87	0,969258	2,31	0,989556	2,75	0,997020
1,00	0,841345	1,44	0,925066	1,88	0,969946	2,32	0,989830	2,76	0,997110
1,01	0,843752	1,45	0,926471	1,89	0,970621	2,33	0,990097	2,77	0,997197
1,02	0,846136	1,46	0,927855	1,90	0,971283	2,34	0,990358	2,78	0,997282
1,03	0,848495	1,47	0,929219	1,91	0,971933	2,35	0,990613	2,79	0,997365
1,04	0,850830	1,48	0,930563	1,92	0,972571	2,36	0,990863	2,80	0,997445
1,05	0,853141	1,49	0,931888	1,93	0,973197	2,37	0,991106	2,81	0,997523
1,06	0,855428	1,50	0,933193	1,94	0,973810	2,38	0,991344	2,82	0,997599
1,07	0,857690	1,51	0,934478	1,95	0,974412	2,39	0,991576	2,83	0,997673
1,08	0,859929	1,52	0,935745	1,96	0,975002	2,40	0,991802	2,84	0,997744
1,09	0,862143	1,53	0,936992	1,97	0,975581	2,41	0,992024	2,85	0,997814
1,10	0,864334	1,54	0,938220	1,98	0,976148	2,42	0,992240	2,86	0,997882
1,11	0,866500	1,55	0,939429	1,99	0,976705	2,43	0,992451	2,87	0,997948
1,12	0,868643	1,56	0,940620	2,00	0,977250	2,44	0,992656	2,88	0,998012
1,13	0,870762	1,57	0,941792	2,01	0,977784	2,45	0,992857	2,89	0,998074
1,14	0,872857	1,58	0,942947	2,02	0,978308	2,46	0,993053	2,90	0,998134
1,15	0,874928	1,59	0,944083	2,03	0,978822	2,47	0,993244	2,91	0,998193
1,16	0,876976	1,60	0,945201	2,04	0,979325	2,48	0,993431	2,92	0,998250
1,17	0,879000	1,61	0,946301	2,05	0,979818	2,49	0,993613	2,93	0,998305
1,18	0,881000	1,62	0,947384	2,06	0,980301	2,50	0,993790	2,94	0,998359
1,19	0,882977	1,63	0,948449	2,07	0,980774	2,51	0,993963	2,95	0,998411
1,20	0,884930	1,64	0,949497	2,08	0,981237	2,52	0,994132	2,96	0,998462
1,21	0,886861	1,65	0,950529	2,09	0,981691	2,53	0,994297	2,97	0,998511
1,22	0,888768	1,66	0,951543	2,10	0,982136	2,54	0,994457	2,98	0,998559
1,23	0,890651	1,67	0,952540	2,11	0,982571	2,55	0,994614	2,99	0,998605
1,24	0,892512	1,68	0,953521	2,12	0,982997	2,56	0,994766	3,00	0,998650
1,25	0,894350	1,69	0,954486	2,13	0,983414	2,57	0,994915		
1,26	0,896165	1,70	0,955435	2,14	0,983823	2,58	0,995060		
1,27	0,897958	1,71	0,956367	2,15	0,984222	2,59	0,995201		
1,28	0,899727	1,72	0,957284	2,16	0,984614	2,60	0,995339		

2 Standardisierte Fehlmengenerwartungswerte

Es sei X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, folglich gilt für ihre Dichtefunktion

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (9)$$

Man kann nun die Frage stellen, wie groß der Erwartungswert jenes Betrages ist, um den die standardnormalverteilte Zufallsvariable X einen vorgegebenen Wert v überschreitet, und dafür das Symbol $\Phi^1(v)$ definieren:

$$\begin{aligned} \Phi^1(v) &= E[\max(0, X - v)] \\ &= \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \max(0, x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= \int_{x=v}^{x=\infty} (x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \end{aligned} \quad (10)$$

Diese Größe wird als *standardisierter Fehlmengenerwartungswert* oder auch als *Verlustfunktion erster Ordnung* bezeichnet, weil man mit ihr abbilden kann, um wie viel eine zufällige standardnormalverteilte Nachfrage X einen vorhandenen Bestand oder eine beschaffte Menge v im Mittel überschreitet.

Die folgende Tabelle enthält für $-3 \leq v \leq 3$ die korrespondierenden standardisierten Fehlmengenerwartungswerte $\Phi^1(v)$.

v	$\Phi^1(v)$								
-3,00	3,000382	-2,50	2,502004	-2,00	2,008491	-1,50	1,529307	-1,00	1,083315
-2,99	2,990396	-2,49	2,492067	-1,99	1,998721	-1,49	1,519981	-0,99	1,074914
-2,98	2,980410	-2,48	2,482132	-1,98	1,988957	-1,48	1,510669	-0,98	1,066537
-2,97	2,970425	-2,47	2,472199	-1,97	1,979198	-1,47	1,501370	-0,97	1,058185
-2,96	2,960440	-2,46	2,462267	-1,96	1,969445	-1,46	1,492085	-0,96	1,049858
-2,95	2,950455	-2,45	2,452337	-1,95	1,959698	-1,45	1,482813	-0,95	1,041556
-2,94	2,940472	-2,44	2,442410	-1,94	1,949957	-1,44	1,473555	-0,94	1,033279
-2,93	2,930488	-2,43	2,432484	-1,93	1,940222	-1,43	1,464312	-0,93	1,025028
-2,92	2,920506	-2,42	2,422561	-1,92	1,930493	-1,42	1,455083	-0,92	1,016803
-2,91	2,910523	-2,41	2,412640	-1,91	1,920770	-1,41	1,445868	-0,91	1,008604
-2,90	2,900542	-2,40	2,402720	-1,90	1,911054	-1,40	1,436668	-0,90	1,000431
-2,89	2,890561	-2,39	2,392804	-1,89	1,901345	-1,39	1,427483	-0,89	0,992285
-2,88	2,880580	-2,38	2,382889	-1,88	1,891642	-1,38	1,418314	-0,88	0,984166
-2,87	2,870600	-2,37	2,372977	-1,87	1,881946	-1,37	1,409159	-0,87	0,976074
-2,86	2,860621	-2,36	2,363067	-1,86	1,872257	-1,36	1,400020	-0,86	0,968009
-2,85	2,850643	-2,35	2,353159	-1,85	1,862575	-1,35	1,390898	-0,85	0,959972
-2,84	2,840665	-2,34	2,343255	-1,84	1,852900	-1,34	1,381791	-0,84	0,951962
-2,83	2,830688	-2,33	2,333352	-1,83	1,843233	-1,33	1,372700	-0,83	0,943981
-2,82	2,820712	-2,32	2,323453	-1,82	1,833573	-1,32	1,363626	-0,82	0,936028
-2,81	2,810736	-2,31	2,313556	-1,81	1,823920	-1,31	1,354568	-0,81	0,928103
-2,80	2,800761	-2,30	2,303662	-1,80	1,814276	-1,30	1,345528	-0,80	0,920207
-2,79	2,790787	-2,29	2,293770	-1,79	1,804639	-1,29	1,336505	-0,79	0,912340
-2,78	2,780814	-2,28	2,283882	-1,78	1,795010	-1,28	1,327499	-0,78	0,904503
-2,77	2,770841	-2,27	2,273996	-1,77	1,785390	-1,27	1,318510	-0,77	0,896694
-2,76	2,760870	-2,26	2,264114	-1,76	1,775777	-1,26	1,309539	-0,76	0,888916
-2,75	2,750899	-2,25	2,254235	-1,75	1,766174	-1,25	1,300587	-0,75	0,881167
-2,74	2,740929	-2,24	2,244358	-1,74	1,756579	-1,24	1,291653	-0,74	0,873448
-2,73	2,730961	-2,23	2,234486	-1,73	1,746992	-1,23	1,282737	-0,73	0,865760
-2,72	2,720993	-2,22	2,224616	-1,72	1,737415	-1,22	1,273840	-0,72	0,858102
-2,71	2,711026	-2,21	2,214750	-1,71	1,727847	-1,21	1,264961	-0,71	0,850475
-2,70	2,701060	-2,20	2,204887	-1,70	1,718288	-1,20	1,256102	-0,70	0,842879
-2,69	2,691095	-2,19	2,195028	-1,69	1,708738	-1,19	1,247263	-0,69	0,835315
-2,68	2,681132	-2,18	2,185172	-1,68	1,699198	-1,18	1,238443	-0,68	0,827781
-2,67	2,671169	-2,17	2,175320	-1,67	1,689668	-1,17	1,229643	-0,67	0,820280
-2,66	2,661207	-2,16	2,165472	-1,66	1,680147	-1,16	1,220863	-0,66	0,812810
-2,65	2,651247	-2,15	2,155628	-1,65	1,670637	-1,15	1,212104	-0,65	0,805372
-2,64	2,641288	-2,14	2,145788	-1,64	1,661137	-1,14	1,203365	-0,64	0,797967
-2,63	2,631330	-2,13	2,135952	-1,63	1,651647	-1,13	1,194646	-0,63	0,790594
-2,62	2,621373	-2,12	2,126120	-1,62	1,642168	-1,12	1,185949	-0,62	0,783254
-2,61	2,611418	-2,11	2,116292	-1,61	1,632699	-1,11	1,177274	-0,61	0,775947
-2,60	2,601464	-2,10	2,106468	-1,60	1,623242	-1,10	1,168620	-0,60	0,768673
-2,59	2,591511	-2,09	2,096649	-1,59	1,613796	-1,09	1,159987	-0,59	0,761432
-2,58	2,581560	-2,08	2,086835	-1,58	1,604360	-1,08	1,151377	-0,58	0,754225
-2,57	2,571610	-2,07	2,077024	-1,57	1,594937	-1,07	1,142789	-0,57	0,747051
-2,56	2,561662	-2,06	2,067219	-1,56	1,585525	-1,06	1,134223	-0,56	0,739912
-2,55	2,551715	-2,05	2,057418	-1,55	1,576124	-1,05	1,125680	-0,55	0,732806
-2,54	2,541769	-2,04	2,047623	-1,54	1,566736	-1,04	1,117160	-0,54	0,725735
-2,53	2,531826	-2,03	2,037832	-1,53	1,557360	-1,03	1,108664	-0,53	0,718698
-2,52	2,521883	-2,02	2,028046	-1,52	1,547996	-1,02	1,100190	-0,52	0,711696
-2,51	2,511943	-2,01	2,018266	-1,51	1,538645	-1,01	1,091741	-0,51	0,704729

-0,50	0,697797	0,21	0,302707	0,92	0,096803	1,63	0,021647	2,34	0,003255
-0,49	0,690900	0,22	0,298558	0,93	0,095028	1,64	0,021137	2,35	0,003159
-0,48	0,684038	0,23	0,294448	0,94	0,093279	1,65	0,020637	2,36	0,003067
-0,47	0,677212	0,24	0,290377	0,95	0,091556	1,66	0,020147	2,37	0,002977
-0,46	0,670422	0,25	0,286345	0,96	0,089858	1,67	0,019668	2,38	0,002889
-0,45	0,663667	0,26	0,282351	0,97	0,088185	1,68	0,019198	2,39	0,002804
-0,44	0,656949	0,27	0,278396	0,98	0,086537	1,69	0,018738	2,40	0,002720
-0,43	0,650267	0,28	0,274479	0,99	0,084914	1,70	0,018288	2,41	0,002640
-0,42	0,643621	0,29	0,270601	1,00	0,083315	1,71	0,017847	2,42	0,002561
-0,41	0,637011	0,30	0,266761	1,01	0,081741	1,72	0,017415	2,43	0,002484
-0,40	0,630439	0,31	0,262959	1,02	0,080190	1,73	0,016992	2,44	0,002410
-0,39	0,623903	0,32	0,259196	1,03	0,078664	1,74	0,016579	2,45	0,002337
-0,38	0,617404	0,33	0,255470	1,04	0,077160	1,75	0,016174	2,46	0,002267
-0,37	0,610943	0,34	0,251782	1,05	0,075680	1,76	0,015777	2,47	0,002199
-0,36	0,604518	0,35	0,248131	1,06	0,074223	1,77	0,015390	2,48	0,002132
-0,35	0,598131	0,36	0,244518	1,07	0,072789	1,78	0,015010	2,49	0,002067
-0,34	0,591782	0,37	0,240943	1,08	0,071377	1,79	0,014639	2,50	0,002004
-0,33	0,585470	0,38	0,237404	1,09	0,069987	1,80	0,014276	2,51	0,001943
-0,32	0,579196	0,39	0,233903	1,10	0,068620	1,81	0,013920	2,52	0,001883
-0,31	0,572959	0,40	0,230439	1,11	0,067274	1,82	0,013573	2,53	0,001826
-0,30	0,566761	0,41	0,227011	1,12	0,065949	1,83	0,013233	2,54	0,001769
-0,29	0,560601	0,42	0,223621	1,13	0,064646	1,84	0,012900	2,55	0,001715
-0,28	0,554479	0,43	0,220267	1,14	0,063365	1,85	0,012575	2,56	0,001662
-0,27	0,548396	0,44	0,216949	1,15	0,062104	1,86	0,012257	2,57	0,001610
-0,26	0,542351	0,45	0,213667	1,16	0,060863	1,87	0,011946	2,58	0,001560
-0,25	0,536345	0,46	0,210422	1,17	0,059643	1,88	0,011642	2,59	0,001511
-0,24	0,530377	0,47	0,207212	1,18	0,058443	1,89	0,011345	2,60	0,001464
-0,23	0,524448	0,48	0,204038	1,19	0,057263	1,90	0,011054	2,61	0,001418
-0,22	0,518558	0,49	0,200900	1,20	0,056102	1,91	0,010770	2,62	0,001373
-0,21	0,512707	0,50	0,197797	1,21	0,054961	1,92	0,010493	2,63	0,001330
-0,20	0,506895	0,51	0,194729	1,22	0,053840	1,93	0,010222	2,64	0,001288
-0,19	0,501122	0,52	0,191696	1,23	0,052737	1,94	0,009957	2,65	0,001247
-0,18	0,495388	0,53	0,188698	1,24	0,051653	1,95	0,009698	2,66	0,001207
-0,17	0,489693	0,54	0,185735	1,25	0,050587	1,96	0,009445	2,67	0,001169
-0,16	0,484038	0,55	0,182806	1,26	0,049539	1,97	0,009198	2,68	0,001132
-0,15	0,478422	0,56	0,179912	1,27	0,048510	1,98	0,008957	2,69	0,001095
-0,14	0,472846	0,57	0,177051	1,28	0,047499	1,99	0,008721	2,70	0,001060
-0,13	0,467309	0,58	0,174225	1,29	0,046505	2,00	0,008491	2,71	0,001026
-0,12	0,461811	0,59	0,171432	1,30	0,045528	2,01	0,008266	2,72	0,000993
-0,11	0,456353	0,60	0,168673	1,31	0,044568	2,02	0,008046	2,73	0,000961
-0,10	0,450935	0,61	0,165947	1,32	0,043626	2,03	0,007832	2,74	0,000929
-0,09	0,445557	0,62	0,163254	1,33	0,042700	2,04	0,007623	2,75	0,000899
-0,08	0,440218	0,63	0,160594	1,34	0,041791	2,05	0,007418	2,76	0,000870
-0,07	0,434919	0,64	0,157967	1,35	0,040898	2,06	0,007219	2,77	0,000841
-0,06	0,429660	0,65	0,155372	1,36	0,040020	2,07	0,007024	2,78	0,000814
-0,05	0,424441	0,66	0,152810	1,37	0,039159	2,08	0,006835	2,79	0,000787
-0,04	0,419261	0,67	0,150280	1,38	0,038314	2,09	0,006649	2,80	0,000761
-0,03	0,414122	0,68	0,147781	1,39	0,037483	2,10	0,006468	2,81	0,000736
-0,02	0,409022	0,69	0,145315	1,40	0,036668	2,11	0,006292	2,82	0,000712
-0,01	0,403962	0,70	0,142879	1,41	0,035868	2,12	0,006120	2,83	0,000688
0,00	0,398942	0,71	0,140475	1,42	0,035083	2,13	0,005952	2,84	0,000665
0,01	0,393962	0,72	0,138102	1,43	0,034312	2,14	0,005788	2,85	0,000643
0,02	0,389022	0,73	0,135760	1,44	0,033555	2,15	0,005628	2,86	0,000621
0,03	0,384122	0,74	0,133448	1,45	0,032813	2,16	0,005472	2,87	0,000600
0,04	0,379261	0,75	0,131167	1,46	0,032085	2,17	0,005320	2,88	0,000580
0,05	0,374441	0,76	0,128916	1,47	0,031370	2,18	0,005172	2,89	0,000561
0,06	0,369660	0,77	0,126694	1,48	0,030669	2,19	0,005028	2,90	0,000542
0,07	0,364919	0,78	0,124503	1,49	0,029981	2,20	0,004887	2,91	0,000523
0,08	0,360218	0,79	0,122340	1,50	0,029307	2,21	0,004750	2,92	0,000506
0,09	0,355557	0,80	0,120207	1,51	0,028645	2,22	0,004616	2,93	0,000488
0,10	0,350935	0,81	0,118103	1,52	0,027996	2,23	0,004486	2,94	0,000472
0,11	0,346353	0,82	0,116028	1,53	0,027360	2,24	0,004358	2,95	0,000455
0,12	0,341811	0,83	0,113981	1,54	0,026736	2,25	0,004235	2,96	0,000440
0,13	0,337309	0,84	0,111962	1,55	0,026124	2,26	0,004114	2,97	0,000425
0,14	0,332846	0,85	0,109972	1,56	0,025525	2,27	0,003996	2,98	0,000410
0,15	0,328422	0,86	0,108009	1,57	0,024937	2,28	0,003882	2,99	0,000396
0,16	0,324038	0,87	0,106074	1,58	0,024360	2,29	0,003770	3,00	0,000382
0,17	0,319693	0,88	0,104166	1,59	0,023796	2,30	0,003662		
0,18	0,315388	0,89	0,102285	1,60	0,023242	2,31	0,003556		
0,19	0,311122	0,90	0,100431	1,61	0,022699	2,32	0,003453		
0,20	0,306895	0,91	0,098604	1,62	0,022168	2,33	0,003352		