Leibniz Universität Hannover
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Institut für Produktionswirtschaft
Prof. Dr. Stefan Helber

Online-Klausur "Operations- und Logistikmanagement"
im Studiengang "Produktion & Logistik"
Wintersemester 2020/2021

Hinweise:

- **Die Klausur besteht aus sechs** Aufgaben, die **alle** von Ihnen zu bearbeiten sind. Die erreichbare Punktzahl ist bei jeder Aufgabe angegeben.
- Sie dürfen alle Hilfsmittel verwenden, müssen aber selbständig arbeiten und dürfen sich bis zum Abschluss dieser Prüfung mit niemandem darüber austauschen. Insbesondere dürfen Sie während der Prüfung weder fremde Hilfe in Anspruch nehmen noch solche anderen Prüflingen gewähren.
- **Unterzeichnen Sie unbedingt die Eigenhändigkeitserklärung auf der folgenden Seite und bearbeiten Sie alle Aufgaben handschriftlich!**
- **Der Lösungsweg muss erkennbar sein!** Wenn Sie zur Beantwortung einer Frage eine Formel verwenden, so geben Sie diese zunächst in allgemeiner Form an!
- Geben Sie bei Ihren Berechnungen **stets die Einheiten** der verwendeten Größen an!
- **Tabellenwerke** finden Sie im **Anhang der Klausur**.
- Die Klausur ist auf eine Bearbeitungszeit von 60 Minuten ausgelegt. Sie wird Ihnen am **10. Februar ab 12:15 Uhr** in einem zeitgesteuerten Download-Ordner bei Stud.IP bereitgestellt. Für die Prozesse des Herunterladens, des Ausdruckens, des Einscannens oder Fotografierens Ihrer Lösungen (z.B. mittels der App `Notebloc`) sowie des Hochladens in Stud.IP werden Ihnen insgesamt weitere 30 Minuten zur Verfügung gestellt. Der Upload-Ordner bei Stud.IP mit Ihren Lösungen steht am **10. Februar 2021 bis um 13:45 Uhr** bereit. Bis zu diesem Zeitpunkt müssen Sie Ihre Ergebnisse digital eingereicht haben.
- Sie können die Klausur ausgedruckt bearbeiten oder alternativ eigenes Papier verwenden. In beiden Fällen haben Sie die von Ihnen beschriebenen Seiten einzuscannen oder abzufotografieren. (Wenn Sie möchten, so können Sie auf eigenes Risiko auch direkt mittels eines Tablet-Computers in die PDF-Datei hineinschreiben. Das dabei bestehende Risiko des Datenverlusts nehmen Sie in diesem Fall entgegen unserer Empfehlung, auf Papier zu arbeiten, wissentlich in Kauf.)
- Erstellen Sie nach Bearbeitung der Klausur daraus eine einzelne PDF-Datei, geben Sie dieser einen Namen nach dem folgenden Schema

  "OpLog_WS2021_<Matrikelnummer>_<Vorname>_<Nachname>.pdf"

  und laden Sie diese Datei in dem dafür bereitgestellten Ordner bei Stud.IP hoch.

Eigenhändigkeitserklärung

zur Bearbeitung der Klausur "Operations- und Logistikmanagement" WS 2020/21 – Mittwoch, 10. Februar 2021

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und ohne die Hilfe Dritter angefertigt habe. Ich habe keine anderen als die zugelassenen Hilfsmittel benutzt. Stellen der Bearbeitung, die textgleich aus anderen Quellen übernommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Außerdem ist mir bekannt, dass nicht kenntlich gemachte Quellen sowie die Inanspruchnahme der Unterstützung Dritter beim Verfassen der Arbeit als Täuschungsversuch gewertet werden können.

Datum, Ort und Unterschrift

Bewertung der Klausur:

Aufg.	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

1. **Entscheidungsmodelle und Algorithmen** **(10 P.)**

   a) Wodurch unterscheiden sich in einem Entscheidungsmodell die Parameter von den Entscheidungsvariablen? (1 P.)

   b) Wozu dienen in einem Entscheidungsmodell die Restriktionen? (1 P.)

   c) Durch welche Elemente eines Entscheidungsmodells werden dessen Parameter mit seinen Entscheidungsvariablen verknüpft? (1 P.)

d) Wodurch wird in einem Entscheidungsmodell die abstrakte Güte der Lösung formal abgebildet? (1 P.)

e) Wozu formuliert man mathematische Entscheidungsmodelle? (1 P.)

f) Worin besteht der Unterschied zwischen einem abstrakten Modell und einer konkreten Modellinstanz? (2 P.)

g) In welchem Zusammenhang stehen Entscheidungsmodell und Algorithmus zueinander? (1 P.)

h) Kennzeichnen Sie die Beziehungen und Unterschiede zwischen den drei folgenden Begriffen:

- heuristisches Optimierungsverfahren
- Algorithmus
- exaktes Optimierungsverfahren

(2 P.)

2. **Prozessanalyse** **(10 P.)**

Zur Analyse eines Bediensystems mit einem Server liegen Ihnen die folgenden Informationen vor:

- Für den Erwartungswert der Zwischenankunftszeit gilt $\mathrm{E}[T_a] = 10$ ZE.
- Für den Erwartungswert der Servicezeit gilt $\mathrm{E}[T_s] = 8$ ZE.
- Der quadrierte Variationskoeffizient der Zwischenankunftszeiten ist $c_a^2 = 0{,}5$, jener der Servicezeiten beträgt $c_s^2 = 0$.

Führen Sie die Analyse entlang der folgenden Fragen durch und **geben Sie in jeder Rechnung zunächst die generelle Berechnungsformel an!**

a) Wie groß ist die Ankunftsrate λ? (1 P.)

b) Wie groß ist die Bedien- oder Servicerate μ? (1 P.)

c) Wie groß ist die Auslastung ρ? (1 P.)

d) Wie groß ist der Erwartungswert der Durchlaufzeit $\mathrm{E}[W]$ durch das System? (2 P.)

e) Wie groß ist der Erwartungswert des Bestandes im System $\mathrm{E}[L]$? (2 P.)

f) Was sagt das *Gesetz von Little* aus und wie wird es in der Prozessanalyse verwendet? (3 P.)

3. **Dynamische Losgrößenplanung, Modellierung** **(10 P.)**

Symbol	Bedeutung
	Indizes
$k = 1,\ldots,K$	Produkte
$t = 1,\ldots,T$	Perioden
	Parameter
c_t	Kapazität der Ressource in Periode t
d_{kt}	Bedarf von Produkt k in Periode t
hc_k	Kosten der Lagerung einer Einheit von Produkt k pro Periode
sc_k	Kosten eines Rüstvorgangs für Produkt k
tb_k	Stückbearbeitungszeit für Produkt k
ts_k	Rüstzeit für Produkt k
Y_{k0}	Lageranfangsbestand von Produkt k
	Entscheidungsvariablen
$Q_{kt} \geq 0$	Produktionsmenge von Produkt k in Periode t
$Y_{kt} \geq 0$	Lagerbestand von Produkt k am Ende von Periode t
$\gamma_{kt} \in \{0,1\}$	binäre Rüstvariable, hat den Wert 1, wenn in Periode t das Produkt k aufgelegt wird, ansonsten den Wert 0

Gegeben sei das folgende Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP) mit der Notation in der oben angegebenen Tabelle:

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot Y_{kt}) \tag{1}$$

u.B.d.R.

$$Y_{k,t-1} + Q_{kt} - Y_{kt} = d_{kt}, \qquad \forall k,t \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K} (ts_k \cdot \gamma_{kt} + tb_k \cdot Q_{kt}) \leq c_t, \qquad \forall t \tag{3}$$

$$Q_{kt} \leq \frac{c_t}{tb_k} \cdot \gamma_{kt}, \qquad \forall k,t \tag{4}$$

a) Welcher betriebswirtschaftliche Zielkonflikt der Planung von Produktionslosgrößen wird durch dieses Modell abgebildet? (2 P.)

b) Wie funktioniert die Restriktion (**??**) und warum ist sie erforderlich? (2 P.)

c) Stellen Sie sich vor, dass aus lagertechnischen Gründen für jedes Produkt k am Ende jeder Periode t ein maximaler Lagerbestand $l_k^{\max}$ nicht überschritten werden darf. Erweitern Sie das Ausgangsmodell um das entsprechende System von Restriktionen! (2 P.)

d) Stellen Sie sich vor, dass in jeder Periode t maximal $o^{\max}$ Einheiten Zusatzkapazität genutzt werden können.

Dabei möge die Nutzung *einer* Einheit von Zusatzkapazität zu zusätzlichen Kosten oc führen und mit O_t die tatsächlich in Periode t genutzte Zusatzkapazität bezeichnet werden.

Weiterhin möge das Ziel verfolgt werden, die entscheidungsrelevanten Kosten zu minimieren.

Geben Sie die neuen oder veränderten Komponenten des Modells an, mit denen Sie diese Aspekte des Problems formal zum Ausdruck bringen können! (4 P.)

4. **Ablaufplanung mit Prioritätsregeln (10 P.)**

Drei Aufträge $j = 1, \ldots, 3$ erfordern je zwei Prozessschritte $s = 1, \ldots, 2$ an Maschinen A bzw. B gemäß Tabelle **??**. Die Liefertermine der Aufträge entnehmen Sie der Tabelle **??**.

Tabelle 1: Ressourcen (Maschinen) und Dauern (in Zeiteinheiten) der Prozessschritte

Job $j\backslash$ Schritt s	1	2
1	A / 20	B / 40
2	B / 30	A / 30
3	B / 10	A / 20

Tabelle 2: Liefertermine der Aufträge

j	Liefertermin für Auftrag j [ZE]
1	70
2	60
3	90

a) Ermitteln Sie in dem folgenden Diagramm die Maschinenbelegung nach der Kürzeste-Operationszeit-Regel (KOZ-Regel). (4 P.)

i. Wann wird jeder der Aufträge fertig gestellt?

Auftrag 1:
Auftrag 2:
Auftrag 3:

ii. Wie groß ist die Verspätung bei jedem einzelnen Auftrag?

Auftrag 1:
Auftrag 2:
Auftrag 3:

b) Ermitteln Sie in dem folgenden Diagramm die Maschinenbelegung nach der Liefertermin-Regel (LT-Regel). (4 P.)

i. Wann wird jeder der Aufträge fertig gestellt?

Auftrag 1:
Auftrag 2:
Auftrag 3:

ii. Wie groß ist die Verspätung bei jedem einzelnen Auftrag?

Auftrag 1:
Auftrag 2:
Auftrag 3:

c) Führt die Verwendung der Liefertermin-Regel immer zu einer Maschinenbelegung mit einer kürzeren Verspätung als die Kürzeste-Operationszeit-Regel? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P.)

5. **Einfache vs. ausgefeilte Prognoserechnung** **(10 P.):**

a) Geben Sie in der folgenden Tabelle an, ob bei einer (5 P.)

- einfachen Prognoserechnung bzw. einer
- ausgefeilten Prognoserechnung

die dort aufgeführten Merkmale eher stark oder eher schwach ausgeprägt sind:

	einfache Prognoserechnung	ausgefeilte Prognoserechnung
ökonomische Bedeutung der Prognose		
Umfang der Datenbasis		
mathematische Komplexität der Rechnung		
Genauigkeit der Rechnung		
Automatisierungsgrad		

b) Geben Sie je ein Beispiel für einen Prognosegegenstand, bei dem Sie eine eher einfache oder eine eher ausgefeilte Prognoserechnung für sinnvoll halten, und begründen Sie Ihre Einschätzung! (2 P.)

c) Worin besteht bei einer Prognoserechnung das Problem des “Overfitting” und wie begegnet man diesem? (3 P.)

6. **Einmalige Bestellvorgänge - Zeitungsjungenproblem** **(10 P.)**

Betrachtet wird die Bestellung eines verderblichen Gutes. Der Kostensatz für Fehlmengen sei $c_u = 4$ Geldeinheiten, der für Restmengen betrage $c_o = 2$ Geldeinheiten. Angestrebt wird die Minimierung der Summe aus Kosten für Fehlmengen sowie für Restmengen. (Erforderliche Tabellenwerke finden Sie im Anhang.)

a) Unterstellen Sie, die Nachfrage folge einer Normalverteilung. Der Erwartungswert der zufälligen Nachfrage D sei $\mu_D = 300$ Mengeneinheiten (ME) und die Standardabweichung betrage $\sigma_D = 60$ ME.

i. Welche Bestellmenge führt in diesem Fall zum Kostenminimum? (3 P.)

ii. Wie groß sind bei einer Bestellmenge q von 250 Mengeneinheiten der sich einstellende α-Servicegrad, der Erwartungswert der Fehlmenge $\mathrm{E}[F(q)]$ und der β-Servicegrad? (6 P.)

b) Unterstellen Sie nun, die Standardabweichung der Nachfrage betrage $\sigma_D = 0$ Mengeneinheiten. Der Erwartungswert der Nachfrage D sei weiterhin $\mu_D =$ 300 ME. Welche Bestellmenge führt in diesem Fall zum Kostenminimum? Wie groß ist dieses Kostenminimum? (1 P.)

Anhang

1 Tabellenwerte der Standardnormalverteilung

Es sei X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, es sei also ihr Erwartungswert $\mu = 0$ und ihre Standardabweichung $\sigma = 1$. Die folgende Tabelle enthält für $-3 \leq x \leq 3$ die korrespondierenden Werte der Verteilungsfunktion $F_X(x)$.

x	$F_X(x)$								
-3,00	0,001350	-2,23	0,012874	-1,46	0,072145	-0,69	0,245097	0,08	0,531881
-2,99	0,001395	-2,22	0,013209	-1,45	0,073529	-0,68	0,248252	0,09	0,535856
-2,98	0,001441	-2,21	0,013553	-1,44	0,074934	-0,67	0,251429	0,10	0,539828
-2,97	0,001489	-2,20	0,013903	-1,43	0,076359	-0,66	0,254627	0,11	0,543795
-2,96	0,001538	-2,19	0,014262	-1,42	0,077804	-0,65	0,257846	0,12	0,547758
-2,95	0,001589	-2,18	0,014629	-1,41	0,079270	-0,64	0,261086	0,13	0,551717
-2,94	0,001641	-2,17	0,015003	-1,40	0,080757	-0,63	0,264347	0,14	0,555670
-2,93	0,001695	-2,16	0,015386	-1,39	0,082264	-0,62	0,267629	0,15	0,559618
-2,92	0,001750	-2,15	0,015778	-1,38	0,083793	-0,61	0,270931	0,16	0,563559
-2,91	0,001807	-2,14	0,016177	-1,37	0,085343	-0,60	0,274253	0,17	0,567495
-2,90	0,001866	-2,13	0,016586	-1,36	0,086915	-0,59	0,277595	0,18	0,571424
-2,89	0,001926	-2,12	0,017003	-1,35	0,088508	-0,58	0,280957	0,19	0,575345
-2,88	0,001988	-2,11	0,017429	-1,34	0,090123	-0,57	0,284339	0,20	0,579260
-2,87	0,002052	-2,10	0,017864	-1,33	0,091759	-0,56	0,287740	0,21	0,583166
-2,86	0,002118	-2,09	0,018309	-1,32	0,093418	-0,55	0,291160	0,22	0,587064
-2,85	0,002186	-2,08	0,018763	-1,31	0,095098	-0,54	0,294599	0,23	0,590954
-2,84	0,002256	-2,07	0,019226	-1,30	0,096800	-0,53	0,298056	0,24	0,594835
-2,83	0,002327	-2,06	0,019699	-1,29	0,098525	-0,52	0,301532	0,25	0,598706
-2,82	0,002401	-2,05	0,020182	-1,28	0,100273	-0,51	0,305026	0,26	0,602568
-2,81	0,002477	-2,04	0,020675	-1,27	0,102042	-0,50	0,308538	0,27	0,606420
-2,80	0,002555	-2,03	0,021178	-1,26	0,103835	-0,49	0,312067	0,28	0,610261
-2,79	0,002635	-2,02	0,021692	-1,25	0,105650	-0,48	0,315614	0,29	0,614092
-2,78	0,002718	-2,01	0,022216	-1,24	0,107488	-0,47	0,319178	0,30	0,617911
-2,77	0,002803	-2,00	0,022750	-1,23	0,109349	-0,46	0,322758	0,31	0,621720
-2,76	0,002890	-1,99	0,023295	-1,22	0,111232	-0,45	0,326355	0,32	0,625516
-2,75	0,002980	-1,98	0,023852	-1,21	0,113139	-0,44	0,329969	0,33	0,629300
-2,74	0,003072	-1,97	0,024419	-1,20	0,115070	-0,43	0,333598	0,34	0,633072
-2,73	0,003167	-1,96	0,024998	-1,19	0,117023	-0,42	0,337243	0,35	0,636831
-2,72	0,003264	-1,95	0,025588	-1,18	0,119000	-0,41	0,340903	0,36	0,640576
-2,71	0,003364	-1,94	0,026190	-1,17	0,121000	-0,40	0,344578	0,37	0,644309
-2,70	0,003467	-1,93	0,026803	-1,16	0,123024	-0,39	0,348268	0,38	0,648027
-2,69	0,003573	-1,92	0,027429	-1,15	0,125072	-0,38	0,351973	0,39	0,651732
-2,68	0,003681	-1,91	0,028067	-1,14	0,127143	-0,37	0,355691	0,40	0,655422
-2,67	0,003793	-1,90	0,028717	-1,13	0,129238	-0,36	0,359424	0,41	0,659097
-2,66	0,003907	-1,89	0,029379	-1,12	0,131357	-0,35	0,363169	0,42	0,662757
-2,65	0,004025	-1,88	0,030054	-1,11	0,133500	-0,34	0,366928	0,43	0,666402
-2,64	0,004145	-1,87	0,030742	-1,10	0,135666	-0,33	0,370700	0,44	0,670031
-2,63	0,004269	-1,86	0,031443	-1,09	0,137857	-0,32	0,374484	0,45	0,673645
-2,62	0,004396	-1,85	0,032157	-1,08	0,140071	-0,31	0,378280	0,46	0,677242
-2,61	0,004527	-1,84	0,032884	-1,07	0,142310	-0,30	0,382089	0,47	0,680822
-2,60	0,004661	-1,83	0,033625	-1,06	0,144572	-0,29	0,385908	0,48	0,684386
-2,59	0,004799	-1,82	0,034380	-1,05	0,146859	-0,28	0,389739	0,49	0,687933
-2,58	0,004940	-1,81	0,035148	-1,04	0,149170	-0,27	0,393580	0,50	0,691462
-2,57	0,005085	-1,80	0,035930	-1,03	0,151505	-0,26	0,397432	0,51	0,694974
-2,56	0,005234	-1,79	0,036727	-1,02	0,153864	-0,25	0,401294	0,52	0,698468
-2,55	0,005386	-1,78	0,037538	-1,01	0,156248	-0,24	0,405165	0,53	0,701944
-2,54	0,005543	-1,77	0,038364	-1,00	0,158655	-0,23	0,409046	0,54	0,705401
-2,53	0,005703	-1,76	0,039204	-0,99	0,161087	-0,22	0,412936	0,55	0,708840
-2,52	0,005868	-1,75	0,040059	-0,98	0,163543	-0,21	0,416834	0,56	0,712260
-2,51	0,006037	-1,74	0,040930	-0,97	0,166023	-0,20	0,420740	0,57	0,715661
-2,50	0,006210	-1,73	0,041815	-0,96	0,168528	-0,19	0,424655	0,58	0,719043
-2,49	0,006387	-1,72	0,042716	-0,95	0,171056	-0,18	0,428576	0,59	0,722405
-2,48	0,006569	-1,71	0,043633	-0,94	0,173609	-0,17	0,432505	0,60	0,725747
-2,47	0,006756	-1,70	0,044565	-0,93	0,176186	-0,16	0,436441	0,61	0,729069
-2,46	0,006947	-1,69	0,045514	-0,92	0,178786	-0,15	0,440382	0,62	0,732371
-2,45	0,007143	-1,68	0,046479	-0,91	0,181411	-0,14	0,444330	0,63	0,735653
-2,44	0,007344	-1,67	0,047460	-0,90	0,184060	-0,13	0,448283	0,64	0,738914
-2,43	0,007549	-1,66	0,048457	-0,89	0,186733	-0,12	0,452242	0,65	0,742154
-2,42	0,007760	-1,65	0,049471	-0,88	0,189430	-0,11	0,456205	0,66	0,745373
-2,41	0,007976	-1,64	0,050503	-0,87	0,192150	-0,10	0,460172	0,67	0,748571
-2,40	0,008198	-1,63	0,051551	-0,86	0,194895	-0,09	0,464144	0,68	0,751748
-2,39	0,008424	-1,62	0,052616	-0,85	0,197663	-0,08	0,468119	0,69	0,754903
-2,38	0,008656	-1,61	0,053699	-0,84	0,200454	-0,07	0,472097	0,70	0,758036
-2,37	0,008894	-1,60	0,054799	-0,83	0,203269	-0,06	0,476078	0,71	0,761148
-2,36	0,009137	-1,59	0,055917	-0,82	0,206108	-0,05	0,480061	0,72	0,764238
-2,35	0,009387	-1,58	0,057053	-0,81	0,208970	-0,04	0,484047	0,73	0,767305
-2,34	0,009642	-1,57	0,058208	-0,80	0,211855	-0,03	0,488034	0,74	0,770350
-2,33	0,009903	-1,56	0,059380	-0,79	0,214764	-0,02	0,492022	0,75	0,773373
-2,32	0,010170	-1,55	0,060571	-0,78	0,217695	-0,01	0,496011	0,76	0,776373
-2,31	0,010444	-1,54	0,061780	-0,77	0,220650	0,00	0,500000	0,77	0,779350
-2,30	0,010724	-1,53	0,063008	-0,76	0,223627	0,01	0,503989	0,78	0,782305
-2,29	0,011011	-1,52	0,064255	-0,75	0,226627	0,02	0,507978	0,79	0,785236
-2,28	0,011304	-1,51	0,065522	-0,74	0,229650	0,03	0,511966	0,80	0,788145
-2,27	0,011604	-1,50	0,066807	-0,73	0,232695	0,04	0,515953	0,81	0,791030
-2,26	0,011911	-1,49	0,068112	-0,72	0,235762	0,05	0,519939	0,82	0,793892
-2,25	0,012224	-1,48	0,069437	-0,71	0,238852	0,06	0,523922	0,83	0,796731
-2,24	0,012545	-1,47	0,070781	-0,70	0,241964	0,07	0,527903	0,84	0,799546

0,85	0,802337
0,86	0,805105
0,87	0,807850
0,88	0,810570
0,89	0,813267
0,90	0,815940
0,91	0,818589
0,92	0,821214
0,93	0,823814
0,94	0,826391
0,95	0,828944
0,96	0,831472
0,97	0,833977
0,98	0,836457
0,99	0,838913
1,00	0,841345
1,01	0,843752
1,02	0,846136
1,03	0,848495
1,04	0,850830
1,05	0,853141
1,06	0,855428
1,07	0,857690
1,08	0,859929
1,09	0,862143
1,10	0,864334
1,11	0,866500
1,12	0,868643
1,13	0,870762
1,14	0,872857
1,15	0,874928
1,16	0,876976
1,17	0,879000
1,18	0,881000
1,19	0,882977
1,20	0,884930
1,21	0,886861
1,22	0,888768
1,23	0,890651
1,24	0,892512
1,25	0,894350
1,26	0,896165
1,27	0,897958
1,28	0,899727
1,29	0,901475
1,30	0,903200
1,31	0,904902
1,32	0,906582
1,33	0,908241
1,34	0,909877
1,35	0,911492
1,36	0,913085
1,37	0,914657
1,38	0,916207
1,39	0,917736
1,40	0,919243
1,41	0,920730
1,42	0,922196
1,43	0,923641
1,44	0,925066
1,45	0,926471
1,46	0,927855
1,47	0,929219
1,48	0,930563
1,49	0,931888
1,50	0,933193
1,51	0,934478
1,52	0,935745
1,53	0,936992
1,54	0,938220
1,55	0,939429
1,56	0,940620
1,57	0,941792
1,58	0,942947
1,59	0,944083
1,60	0,945201
1,61	0,946301
1,62	0,947384
1,63	0,948449
1,64	0,949497
1,65	0,950529
1,66	0,951543
1,67	0,952540
1,68	0,953521
1,69	0,954486
1,70	0,955435
1,71	0,956367
1,72	0,957284
1,73	0,958185
1,74	0,959070
1,75	0,959941
1,76	0,960796
1,77	0,961636
1,78	0,962462
1,79	0,963273
1,80	0,964070
1,81	0,964852
1,82	0,965620
1,83	0,966375
1,84	0,967116
1,85	0,967843
1,86	0,968557
1,87	0,969258
1,88	0,969946
1,89	0,970621
1,90	0,971283
1,91	0,971933
1,92	0,972571
1,93	0,973197
1,94	0,973810
1,95	0,974412
1,96	0,975002
1,97	0,975581
1,98	0,976148
1,99	0,976705
2,00	0,977250
2,01	0,977784
2,02	0,978308
2,03	0,978822
2,04	0,979325
2,05	0,979818
2,06	0,980301
2,07	0,980774
2,08	0,981237
2,09	0,981691
2,10	0,982136
2,11	0,982571
2,12	0,982997
2,13	0,983414
2,14	0,983823
2,15	0,984222
2,16	0,984614
2,17	0,984997
2,18	0,985371
2,19	0,985738
2,20	0,986097
2,21	0,986447
2,22	0,986791
2,23	0,987126
2,24	0,987455
2,25	0,987776
2,26	0,988089
2,27	0,988396
2,28	0,988696
2,29	0,988989
2,30	0,989276
2,31	0,989556
2,32	0,989830
2,33	0,990097
2,34	0,990358
2,35	0,990613
2,36	0,990863
2,37	0,991106
2,38	0,991344
2,39	0,991576
2,40	0,991802
2,41	0,992024
2,42	0,992240
2,43	0,992451
2,44	0,992656
2,45	0,992857
2,46	0,993053
2,47	0,993244
2,48	0,993431
2,49	0,993613
2,50	0,993790
2,51	0,993963
2,52	0,994132
2,53	0,994297
2,54	0,994457
2,55	0,994614
2,56	0,994766
2,57	0,994915
2,58	0,995060
2,59	0,995201
2,60	0,995339
2,61	0,995473
2,62	0,995604
2,63	0,995731
2,64	0,995855
2,65	0,995975
2,66	0,996093
2,67	0,996207
2,68	0,996319
2,69	0,996427
2,70	0,996533
2,71	0,996636
2,72	0,996736
2,73	0,996833
2,74	0,996928
2,75	0,997020
2,76	0,997110
2,77	0,997197
2,78	0,997282
2,79	0,997365
2,80	0,997445
2,81	0,997523
2,82	0,997599
2,83	0,997673
2,84	0,997744
2,85	0,997814
2,86	0,997882
2,87	0,997948
2,88	0,998012
2,89	0,998074
2,90	0,998134
2,91	0,998193
2,92	0,998250
2,93	0,998305
2,94	0,998359
2,95	0,998411
2,96	0,998462
2,97	0,998511
2,98	0,998559
2,99	0,998605
3,00	0,998650

2 Standardisierte Fehlmengenerwartungswerte

Es sei X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable, folglich gilt für ihre Dichtefunktion

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \tag{5}$$

Man kann nun die Frage stellen, wie groß der Erwartungswert jenes Betrages ist, um den die standardnormalverteilte Zufallsvariable X einen vorgegebenen Wert v überschreitet, und dafür das Symbol $\Phi^1(v)$ definieren:

$$\begin{aligned}\Phi^1(v) &= \mathrm{E}[\max(0, X - v)] \\ &= \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \max(0, x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \, dx \\ &= \int_{x=v}^{x=\infty} (x - v) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \, dx \end{aligned} \tag{6}$$

Diese Größe wird als *standardisierter Fehlmengenerwartungswert* oder auch als *Verlustfunktion erster Ordnung* bezeichnet, weil man mit ihr abbilden kann, um wie viel eine zufällige standardnormalverteilte Nachfrage X einen vorhandenen Bestand oder eine beschaffte Menge v im Mittel überschreitet.
Die folgende Tabelle enthält für $-3 \leq v \leq 3$ die korrespondierenden standardisierten Fehlmengenerwartungswerte $\Phi^1(v)$.

v	$\Phi^1(v)$								
-3,00	3,000382	-2,50	2,502004	-2,00	2,008491	-1,50	1,529307	-1,00	1,083315
-2,99	2,990396	-2,49	2,492067	-1,99	1,998721	-1,49	1,519981	-0,99	1,074914
-2,98	2,980410	-2,48	2,482132	-1,98	1,988957	-1,48	1,510669	-0,98	1,066537
-2,97	2,970425	-2,47	2,472199	-1,97	1,979198	-1,47	1,501370	-0,97	1,058185
-2,96	2,960440	-2,46	2,462267	-1,96	1,969445	-1,46	1,492085	-0,96	1,049858
-2,95	2,950455	-2,45	2,452337	-1,95	1,959698	-1,45	1,482813	-0,95	1,041556
-2,94	2,940472	-2,44	2,442410	-1,94	1,949957	-1,44	1,473555	-0,94	1,033279
-2,93	2,930488	-2,43	2,432484	-1,93	1,940222	-1,43	1,464312	-0,93	1,025028
-2,92	2,920506	-2,42	2,422561	-1,92	1,930493	-1,42	1,455083	-0,92	1,016803
-2,91	2,910523	-2,41	2,412640	-1,91	1,920770	-1,41	1,445868	-0,91	1,008604
-2,90	2,900542	-2,40	2,402720	-1,90	1,911054	-1,40	1,436668	-0,90	1,000431
-2,89	2,890561	-2,39	2,392804	-1,89	1,901345	-1,39	1,427483	-0,89	0,992285
-2,88	2,880580	-2,38	2,382889	-1,88	1,891642	-1,38	1,418314	-0,88	0,984166
-2,87	2,870600	-2,37	2,372977	-1,87	1,881946	-1,37	1,409159	-0,87	0,976074
-2,86	2,860621	-2,36	2,363067	-1,86	1,872257	-1,36	1,400020	-0,86	0,968009
-2,85	2,850643	-2,35	2,353159	-1,85	1,862575	-1,35	1,390898	-0,85	0,959972
-2,84	2,840665	-2,34	2,343255	-1,84	1,852900	-1,34	1,381791	-0,84	0,951962
-2,83	2,830688	-2,33	2,333352	-1,83	1,843233	-1,33	1,372700	-0,83	0,943981
-2,82	2,820712	-2,32	2,323453	-1,82	1,833573	-1,32	1,363626	-0,82	0,936028
-2,81	2,810736	-2,31	2,313556	-1,81	1,823920	-1,31	1,354568	-0,81	0,928103
-2,80	2,800761	-2,30	2,303662	-1,80	1,814276	-1,30	1,345528	-0,80	0,920207
-2,79	2,790787	-2,29	2,293770	-1,79	1,804639	-1,29	1,336505	-0,79	0,912340
-2,78	2,780814	-2,28	2,283882	-1,78	1,795010	-1,28	1,327499	-0,78	0,904503
-2,77	2,770841	-2,27	2,273996	-1,77	1,785390	-1,27	1,318510	-0,77	0,896694
-2,76	2,760870	-2,26	2,264114	-1,76	1,775777	-1,26	1,309539	-0,76	0,888916
-2,75	2,750899	-2,25	2,254235	-1,75	1,766174	-1,25	1,300587	-0,75	0,881167
-2,74	2,740929	-2,24	2,244358	-1,74	1,756579	-1,24	1,291653	-0,74	0,873448
-2,73	2,730961	-2,23	2,234486	-1,73	1,746992	-1,23	1,282737	-0,73	0,865760
-2,72	2,720993	-2,22	2,224616	-1,72	1,737415	-1,22	1,273840	-0,72	0,858102
-2,71	2,711026	-2,21	2,214750	-1,71	1,727847	-1,21	1,264961	-0,71	0,850475
-2,70	2,701060	-2,20	2,204887	-1,70	1,718288	-1,20	1,256102	-0,70	0,842879
-2,69	2,691095	-2,19	2,195028	-1,69	1,708738	-1,19	1,247263	-0,69	0,835315
-2,68	2,681132	-2,18	2,185172	-1,68	1,699198	-1,18	1,238443	-0,68	0,827781
-2,67	2,671169	-2,17	2,175320	-1,67	1,689668	-1,17	1,229643	-0,67	0,820280
-2,66	2,661207	-2,16	2,165472	-1,66	1,680147	-1,16	1,220863	-0,66	0,812810
-2,65	2,651247	-2,15	2,155628	-1,65	1,670637	-1,15	1,212104	-0,65	0,805372
-2,64	2,641288	-2,14	2,145788	-1,64	1,661137	-1,14	1,203365	-0,64	0,797967
-2,63	2,631330	-2,13	2,135952	-1,63	1,651647	-1,13	1,194646	-0,63	0,790594
-2,62	2,621373	-2,12	2,126120	-1,62	1,642168	-1,12	1,185949	-0,62	0,783254
-2,61	2,611418	-2,11	2,116292	-1,61	1,632699	-1,11	1,177274	-0,61	0,775947
-2,60	2,601464	-2,10	2,106468	-1,60	1,623242	-1,10	1,168620	-0,60	0,768673
-2,59	2,591511	-2,09	2,096649	-1,59	1,613796	-1,09	1,159987	-0,59	0,761432
-2,58	2,581560	-2,08	2,086835	-1,58	1,604360	-1,08	1,151377	-0,58	0,754225
-2,57	2,571610	-2,07	2,077024	-1,57	1,594937	-1,07	1,142789	-0,57	0,747051
-2,56	2,561662	-2,06	2,067219	-1,56	1,585525	-1,06	1,134223	-0,56	0,739912
-2,55	2,551715	-2,05	2,057418	-1,55	1,576124	-1,05	1,125680	-0,55	0,732806
-2,54	2,541769	-2,04	2,047623	-1,54	1,566736	-1,04	1,117160	-0,54	0,725735
-2,53	2,531826	-2,03	2,037832	-1,53	1,557360	-1,03	1,108664	-0,53	0,718698
-2,52	2,521883	-2,02	2,028046	-1,52	1,547996	-1,02	1,100190	-0,52	0,711696
-2,51	2,511943	-2,01	2,018266	-1,51	1,538645	-1,01	1,091741	-0,51	0,704729

		0,19	0,311122	0,90	0,100431	1,61	0,022699	2,32	0,003453
−0,50	0,697797	0,20	0,306895	0,91	0,098604	1,62	0,022168	2,33	0,003352
−0,49	0,690900	0,21	0,302707	0,92	0,096803	1,63	0,021647	2,34	0,003255
−0,48	0,684038	0,22	0,298558	0,93	0,095028	1,64	0,021137	2,35	0,003159
−0,47	0,677212	0,23	0,294448	0,94	0,093279	1,65	0,020637	2,36	0,003067
−0,46	0,670422	0,24	0,290377	0,95	0,091556	1,66	0,020147	2,37	0,002977
−0,45	0,663667	0,25	0,286345	0,96	0,089858	1,67	0,019668	2,38	0,002889
−0,44	0,656949	0,26	0,282351	0,97	0,088185	1,68	0,019198	2,39	0,002804
−0,43	0,650267	0,27	0,278396	0,98	0,086537	1,69	0,018738	2,40	0,002720
−0,42	0,643621	0,28	0,274479	0,99	0,084914	1,70	0,018288	2,41	0,002640
−0,41	0,637011	0,29	0,270601	1,00	0,083315	1,71	0,017847	2,42	0,002561
−0,40	0,630439	0,30	0,266761	1,01	0,081741	1,72	0,017415	2,43	0,002484
−0,39	0,623903	0,31	0,262959	1,02	0,080190	1,73	0,016992	2,44	0,002410
−0,38	0,617404	0,32	0,259196	1,03	0,078664	1,74	0,016579	2,45	0,002337
−0,37	0,610943	0,33	0,255470	1,04	0,077160	1,75	0,016174	2,46	0,002267
−0,36	0,604518	0,34	0,251782	1,05	0,075680	1,76	0,015777	2,47	0,002199
−0,35	0,598131	0,35	0,248131	1,06	0,074223	1,77	0,015390	2,48	0,002132
−0,34	0,591782	0,36	0,244518	1,07	0,072789	1,78	0,015010	2,49	0,002067
−0,33	0,585470	0,37	0,240943	1,08	0,071377	1,79	0,014639	2,50	0,002004
−0,32	0,579196	0,38	0,237404	1,09	0,069987	1,80	0,014276	2,51	0,001943
−0,31	0,572959	0,39	0,233903	1,10	0,068620	1,81	0,013920	2,52	0,001883
−0,30	0,566761	0,40	0,230439	1,11	0,067274	1,82	0,013573	2,53	0,001826
−0,29	0,560601	0,41	0,227011	1,12	0,065949	1,83	0,013233	2,54	0,001769
−0,28	0,554479	0,42	0,223621	1,13	0,064646	1,84	0,012900	2,55	0,001715
−0,27	0,548396	0,43	0,220267	1,14	0,063365	1,85	0,012575	2,56	0,001662
−0,26	0,542351	0,44	0,216949	1,15	0,062104	1,86	0,012257	2,57	0,001610
−0,25	0,536345	0,45	0,213667	1,16	0,060863	1,87	0,011946	2,58	0,001560
−0,24	0,530377	0,46	0,210422	1,17	0,059643	1,88	0,011642	2,59	0,001511
−0,23	0,524448	0,47	0,207212	1,18	0,058443	1,89	0,011345	2,60	0,001464
−0,22	0,518558	0,48	0,204038	1,19	0,057263	1,90	0,011054	2,61	0,001418
−0,21	0,512707	0,49	0,200900	1,20	0,056102	1,91	0,010770	2,62	0,001373
−0,20	0,506895	0,50	0,197797	1,21	0,054961	1,92	0,010493	2,63	0,001330
−0,19	0,501122	0,51	0,194729	1,22	0,053840	1,93	0,010222	2,64	0,001288
−0,18	0,495388	0,52	0,191696	1,23	0,052737	1,94	0,009957	2,65	0,001247
−0,17	0,489693	0,53	0,188698	1,24	0,051653	1,95	0,009698	2,66	0,001207
−0,16	0,484038	0,54	0,185735	1,25	0,050587	1,96	0,009445	2,67	0,001169
−0,15	0,478422	0,55	0,182806	1,26	0,049539	1,97	0,009198	2,68	0,001132
−0,14	0,472846	0,56	0,179912	1,27	0,048510	1,98	0,008957	2,69	0,001095
−0,13	0,467309	0,57	0,177051	1,28	0,047499	1,99	0,008721	2,70	0,001060
−0,12	0,461811	0,58	0,174225	1,29	0,046505	2,00	0,008491	2,71	0,001026
−0,11	0,456353	0,59	0,171432	1,30	0,045528	2,01	0,008266	2,72	0,000993
−0,10	0,450935	0,60	0,168673	1,31	0,044568	2,02	0,008046	2,73	0,000961
−0,09	0,445557	0,61	0,165947	1,32	0,043626	2,03	0,007832	2,74	0,000929
−0,08	0,440218	0,62	0,163254	1,33	0,042700	2,04	0,007623	2,75	0,000899
−0,07	0,434919	0,63	0,160594	1,34	0,041791	2,05	0,007418	2,76	0,000870
−0,06	0,429660	0,64	0,157967	1,35	0,040898	2,06	0,007219	2,77	0,000841
−0,05	0,424441	0,65	0,155372	1,36	0,040020	2,07	0,007024	2,78	0,000814
−0,04	0,419261	0,66	0,152810	1,37	0,039159	2,08	0,006835	2,79	0,000787
−0,03	0,414122	0,67	0,150280	1,38	0,038314	2,09	0,006649	2,80	0,000761
−0,02	0,409022	0,68	0,147781	1,39	0,037483	2,10	0,006468	2,81	0,000736
−0,01	0,403962	0,69	0,145315	1,40	0,036668	2,11	0,006292	2,82	0,000712
0,00	0,398942	0,70	0,142879	1,41	0,035868	2,12	0,006120	2,83	0,000688
0,01	0,393962	0,71	0,140475	1,42	0,035083	2,13	0,005952	2,84	0,000665
0,02	0,389022	0,72	0,138102	1,43	0,034312	2,14	0,005788	2,85	0,000643
0,03	0,384122	0,73	0,135760	1,44	0,033555	2,15	0,005628	2,86	0,000621
0,04	0,379261	0,74	0,133448	1,45	0,032813	2,16	0,005472	2,87	0,000600
0,05	0,374441	0,75	0,131167	1,46	0,032085	2,17	0,005320	2,88	0,000580
0,06	0,369660	0,76	0,128916	1,47	0,031370	2,18	0,005172	2,89	0,000561
0,07	0,364919	0,77	0,126694	1,48	0,030669	2,19	0,005028	2,90	0,000542
0,08	0,360218	0,78	0,124503	1,49	0,029981	2,20	0,004887	2,91	0,000523
0,09	0,355557	0,79	0,122340	1,50	0,029307	2,21	0,004750	2,92	0,000506
0,10	0,350935	0,80	0,120207	1,51	0,028645	2,22	0,004616	2,93	0,000488
0,11	0,346353	0,81	0,118103	1,52	0,027996	2,23	0,004486	2,94	0,000472
0,12	0,341811	0,82	0,116028	1,53	0,027360	2,24	0,004358	2,95	0,000455
0,13	0,337309	0,83	0,113981	1,54	0,026736	2,25	0,004235	2,96	0,000440
0,14	0,332846	0,84	0,111962	1,55	0,026124	2,26	0,004114	2,97	0,000425
0,15	0,328422	0,85	0,109972	1,56	0,025525	2,27	0,003996	2,98	0,000410
0,16	0,324038	0,86	0,108009	1,57	0,024937	2,28	0,003882	2,99	0,000396
0,17	0,319693	0,87	0,106074	1,58	0,024360	2,29	0,003770	3,00	0,000382
0,18	0,315388	0,88	0,104166	1,59	0,023796	2,30	0,003662		
		0,89	0,102285	1,60	0,023242	2,31	0,003556		